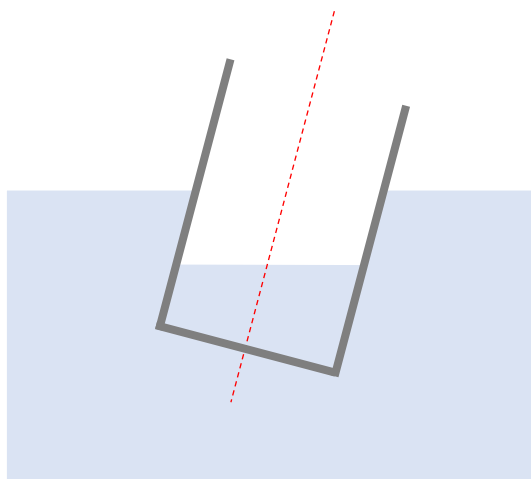




Associazione per l'Insegnamento della Fisica
Sezione di Padova

Attività per un laboratorio casalingo

LATTINA IN EQUILIBRIO



A cura di Luisa Bragalenti, Barbara Montolli (AIF – Sezione di Padova)

Lattina in equilibrio

Si può osservare facilmente che una lattina contenente un po' d'acqua può disporsi stabilmente con l'asse inclinato rispetto alla verticale. L'inclinazione dipende dal carico d'acqua. Se si aumenta questo poco alla volta, l'asse si raddrizza fino a diventare stabilmente verticale.

Però, con una ben determinata quantità di acqua, la lattina può stare in equilibrio indifferentemente con l'asse verticale oppure obliquo con qualsivoglia inclinazione.

Lo si può verificare per tentativi, armandosi di pazienza.

Il principio di Archimede, qualche misura e qualche ragionamento permettono di individuare la quantità d'acqua necessaria per realizzare l'equilibrio indifferente della lattina.

Materiali:

- Lattina vuota cilindrica a parete laterale liscia e non ondulata, alta una decina di cm. La base superiore va totalmente asportata. La lattina deve avere la massa disposta simmetricamente rispetto al suo asse longitudinale. L'eventuale etichetta va tolta, e possibilmente anche tutta la colla residua. Vanno bene per esempio alcune lattine in acciaio di olive, o di sughi pronti. Non vanno bene invece le lattine delle bibite, troppo leggere e soprattutto con base superiore non completamente asportabile: la massa non è disposta simmetricamente rispetto all'asse.
- Squadra millimetrata o calibro ventesimale. Il calibro non è necessario, ma è comodo per misurare diametro e altezza della lattina
- Elastico di gomma di diametro un po' minore di quello della lattina,
- Filo da cucito, 40-50 cm
- Siringa graduata (senza ago) da 50 ml, reperibile in parafarmacia; oppure da 10 ml
- Carta assorbente da cucina
- Recipiente abbastanza profondo e largo. Riempito d'acqua, la lattina deve potervi galleggiare liberamente con l'asse verticale o obliquo. Può andar bene una grande terrina da insalata, oppure un catino o la vaschetta del lavello.
- Acqua
- Bilancia da cucina, possibilmente con sensibilità di 1 g

Con la bilancia misura la massa m_{lattina} della lattina vuota e asciutta.

Cerca innanzitutto per tentativi il carico d'acqua che corrisponde all'equilibrio indifferente della lattina.

Conviene partire da una posizione di equilibrio stabile verticale e togliere acqua a poco a poco con la siringa, verificando ogni volta se è realizzato l'equilibrio indifferente.

Quando ci sei riuscito, asciuga la lattina esternamente e pesala con la bilancia da cucina. Puoi determinare la quantità d'acqua all'interno della lattina per differenza con la massa della lattina vuota, oppure estraendo l'acqua a più riprese con la siringa graduata.

Questi dati potranno essere confrontati con quello determinato ragionando sul principio di Archimede.

Con riga millimetrata o calibro misura l'altezza h della lattina (bordi compresi) e il diametro $2 \cdot R$

Determina la distanza z_{CM} del baricentro (o centro di massa) della lattina vuota dal fondo della lattina stessa.

Puoi procedere così. Infila la lattina nell'elastico. Passa il filo sotto l'elastico, ripiegalo e tieni la lattina sospesa. Fa' in modo che l'asse della lattina sia orizzontale, e l'elastico ti darà la posizione del baricentro o centro di massa CM. (Figura 1)

Oppure puoi appoggiare la lattina con l'asse verticale su un piano e poi inclinare questo, o sul bordo del tavolo con l'asse orizzontale facendola sporgere fino a che non cade, oppure ... escogitare un metodo alternativo.

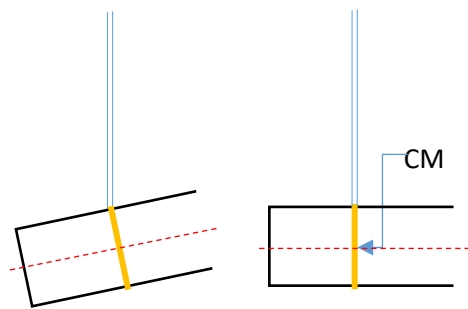


Figura 1 – Individuare il Centro di Massa

Quando la lattina galleggia con un po' d'acqua all'interno, per esempio come in figura 2, si può pensare che l'acqua contenuta nella lattina è circondata dall'acqua esterna (se si trascura lo spessore della lattina) e quindi è come sostenuta direttamente dall'acqua esterna.

Da questo discende che l'acqua spostata dal volumetto di altezza δ dà una spinta pari al peso della lattina vuota, e pesa quindi come la lattina vuota.

Se il centro di questo cilindretto, che è il centro di spinta sulla lattina vuota, coincide con il baricentro (centro di massa CM) della lattina vuota, esso continua a coincidere anche con lattina obliqua: il cilindretto si deforma ma il suo centro di simmetria, rimane nella stessa posizione. Difatti la sezione dell'ex cilindretto retto con un piano verticale non è più un rettangolo, ma è un parallelogramma, le cui diagonali si intersecano dove si trova il centro di spinta considerato, che è dunque sempre allo stesso posto.

Quindi, in questa particolare situazione di coincidenza dei due centri, con qualsiasi inclinazione l'equilibrio è assicurato. Le due forze opposte, peso e spinta, applicate nello stesso punto, hanno risultante nulla e momento nullo rispetto a qualsiasi punto.

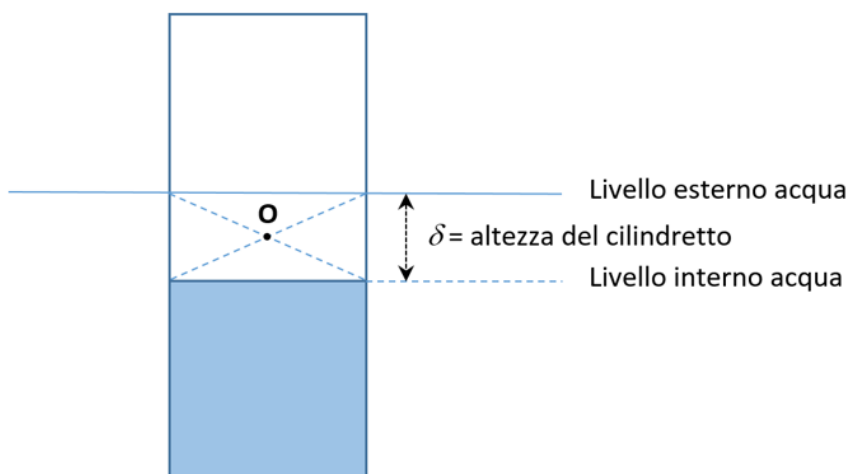


Figura 2 – Il punto O è il centro del cilindretto e coincide col Centro di Spinta su lattina vuota

Per calcolare la quantità d'acqua necessaria per l'equilibrio indifferente, puoi procedere, come suggerito qui sotto.

Indica con h l'altezza del volume V d'acqua necessario, con ρ la densità dell'acqua ($\rho=1,00 \text{ g/cm}^3$)

Considera le due relazioni:

$$m_{\text{lattina}} = \pi R^2 \rho \delta \quad (1)$$

$$z_{\text{CM}} = h + \delta/2 \quad (2)$$

Dalla (1) si ricava δ , e lo si sostituisce nella (2), ricavando così il valore di h , noto z_{CM}

Il volume V d'acqua necessario sarà $V = \pi R^2 \cdot h$.

Confronta il valore V ottenuto con i risultati di massa e/o volume ottenuti precedentemente con bilancia e/o siringa.

Quali sono, secondo te, le fonti di errori sistematici in eccesso o in difetto, nelle varie misurazioni?



Per l'insegnante

Contenuti e spunti didattici

Individuare il Centro di Massa, sperimentare la spinta di Archimede e riconoscere l'equilibrio indifferente con materiali poveri

Esempio di risultati

Distanza del CM dal fondo $z_{CM} = 5,6$ cm

Diametro lattina = 6,52 cm

Raggio R_{il} della superficie laterale = 3,26 cm

Massa dell'acqua $m_a = 155$ g

Massa della lattina vuota $m_{lattina} = 49$ g

Densità acqua $\rho = 1,00$ g/cm³

Se si calcola la massa m o il volume V dell'acqua interna come consigliato, si ottiene: $m=162$ g, $V=162$ cm³. Entrambi i risultati possono essere espressi con due cifre significative $1,6 \cdot 10^2$.

Oppure si può controllare se centro di massa CM e centro di spinta su lattina vuota (centro del cilindretto di altezza δ) coincidono, confrontando le rispettive distanze dal fondo z_{CM} e z_{spinta} .

Risultati con maggiori dettagli e accuratezza sono riportati nello Speciale Olimpiadi 2016 a pag. 89, 90. Quelli qui riportati a scopo indicativo sono stati arrotondati tenendo conto delle sole cifre significative ottenibili con i materiali "casalinghi".

$$\delta = \frac{m_{lattina}}{\pi \rho R_{il}^2}$$

$$z_{spinta} = \frac{m_a}{\pi \rho R_{il}^2} + \frac{\delta}{2}$$

$$z_{spinta} = 155 / (\pi \cdot 1,00 \cdot 3,26^2) + 1/2 \cdot 49 / (\pi \cdot 1,00 \cdot 3,26^2) = 5,4 \text{ cm}$$

$$z_{spinta} = 5,4 \text{ cm}$$

$$z_{CM} = 5,6 \text{ cm}$$

Fonte: AIF – La Fisica nella Scuola - Speciale Olimpiadi 2016 - Gara nazionale – Prova sperimentale
[<https://www.olifis.it/problemi/naz16spe.zip>]