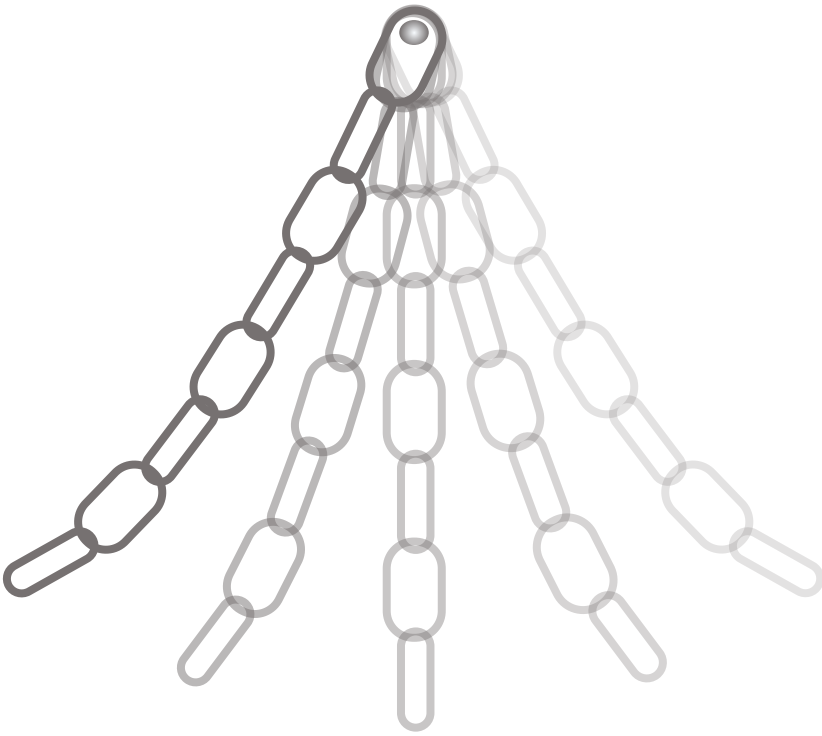
Associazione per l'Insegnamento della Fisica
Sezione di Padova

**Attività per un laboratorio casalingo**

# OSCILLAZIONI DI UNA CATENELLA



*A cura di Luisa Bragalenti, Barbara Montolli (AIF – Sezione di Padova)*

# Oscillazioni di una catenella

## Premessa

Nel moto di un pendolo semplice le piccole oscillazioni sono sincrone e il periodo T non dipende dalla massa M del pendolo, ma solo dalla sua lunghezza L, secondo la nota relazione

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (1)$$

Ovvero, alle nostre latitudini, esprimendo i valori T, L, g con le unità di misura del SI,

$$T \approx 2{,}01\sqrt{L}. \qquad (2)$$

Come vanno invece le cose se ad oscillare è una catenella, a cui nulla è appeso?

Se ne può realizzare una, per esempio, agganciando l'uno all'altro fermagli da carta tutti uguali. La massa è distribuita su tutta la lunghezza della catenina e non è concentrata in un punto come nel pendolo semplice. Inoltre la catenina è flessibile e quindi non è nemmeno assimilabile a un pendolo composto/fisico che è un corpo rigido, come è, per esempio, una riga da disegno appesa ad un chiodo o un metronomo.
Se si lascia oscillare liberamente la serie di fermagli, reggendola semplicemente con la mano in punti diversi, si nota subito che la frequenza delle oscillazioni varia con la lunghezza del tratto oscillante.
In questo caso, sarà valida per le oscillazioni una formula del tipo della (2)? O si dovrà tener conto anche della massa M? Questa è in sintesi la domanda proposta. Per rispondere avrai bisogno di studiare le oscillazioni di catenine di diversa massa e lunghezza, come, per esempio, quelle indicate in *figura 1*.

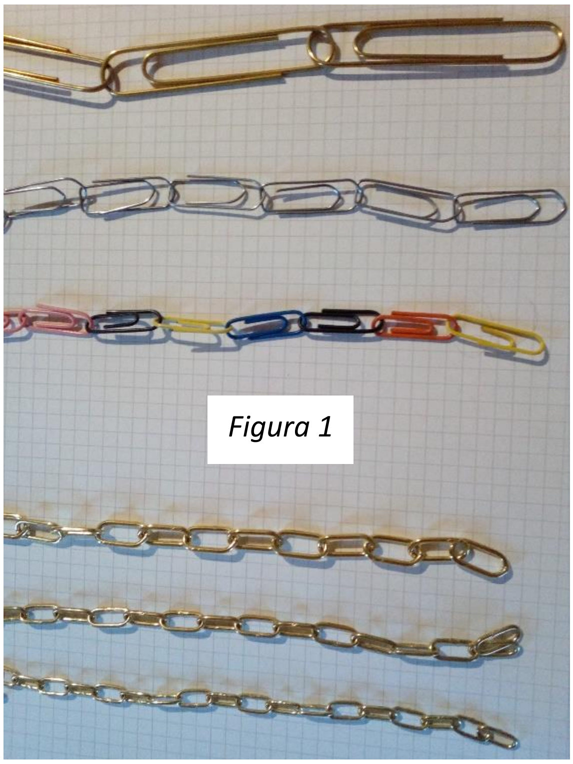
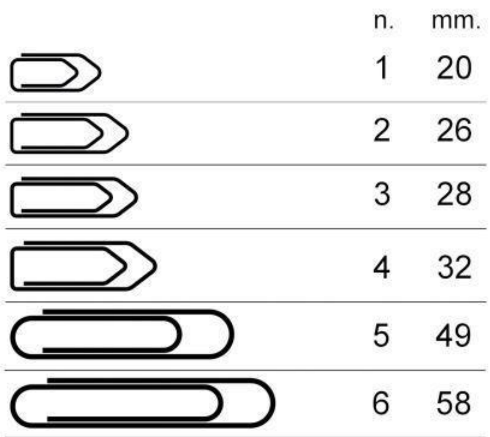


*Figura 1*

## Esempi di materiali e indicazioni

- Una trentina di fermagli da carta medi, ad esempio del numero 4, e altrettanti di almeno due numeri differenti (*figura 2*). Le catene saranno fatte di fermagli uguali tra loro, ma avranno masse diverse a parità di lunghezza. Al posto dei fermagli, si prestano anche meglio catenine metalliche di almeno tre diverse pesantezze, lunghe tra 70 cm e 100 cm ciascuna. Sono reperibili presso i negozi di bricolage o di ferramenta. Costano circa 1 euro al metro, ed eventualmente il negoziante le taglia alla lunghezza voluta, p.es. 100 cm. Catenelle dei due tipi sono mostrate in *figura 1*.
- Cronometro
- Metro avvolgibile o stecca millimetrata
- Forchetta per sostegno (*figura 3*). I rebbi bloccano il fermaglio o l'anello all'apice della parte oscillante.
- Bilancia con sensibilità di 1 g

*Figura 2 – Un numero sulla confezione identifica la dimensione dei fermagli*



**Procedimento**


Figura 3

Sospendi una catenella a un “dente” (detto “rebbio”) di una forchetta o ad altro supporto idoneo e misura più volte il periodo di oscillazione. Studia il comportamento di catenine diverse, ma fatte di elementi tutti uguali tra loro, e rispondi a queste richieste.

1. Con quale incertezza le “piccole” oscillazioni si possono considerare sincrone? Cioè, per oscillazioni di ampiezze diverse, ma contenute entro 15°, qual è la semidispersione massima dei risultati[1]?
2. Il periodo *T* delle oscillazioni dipende dalla massa *M* oscillante?
3. Qual è la relazione tra il periodo *T*, la lunghezza *L*, ed eventualmente la massa *M* oscillante? Rappresentala con una formula.

Per ciascuna delle risposte, illustra in modo schematico, chiaro e sintetico:

- materiali usati;
- procedimento;
- risultati;
- conclusioni, cioè risposte alle tre domande;
- eventuali note o suggerimenti per una migliore conduzione della prova.

Attenzione! I tuoi risultati andranno comunicati ai compagni per un confronto e quindi per conclusioni basate su un maggior numero di dati. Devono quindi essere facilmente comprensibili.

[1] La semidispersione massima è una stima d’errore adatta a misure ripetute, ed è pari alla metà della differenza tra il valore massimo e il valore minimo. Si possono adottare anche altre stime d’incertezza, ad esempio la media dei moduli degli scarti o la deviazione standard.

## Per l'insegnante

## Contenuti e spunti didattici

Separazione delle variabili nella ricerca di una relazione
Costruzione di tabelle e grafici. Linearizzazione di una relazione.
Comunicazione e confronto di risultati di operatori diversi.
Necessità della chiarezza delle informazioni scambiate

## Esempi di risultati

### 1. Controllo del sincronismo

Esempio di procedimento. Si lascia oscillare una catenella e si misurano le durate di almeno tre gruppi consecutivi di 5 (o 10) oscillazioni. Nel corso delle misurazioni l'ampiezza di queste diminuisce sensibilmente e i valori delle durate risultano leggermente diversi, ma in modo del tutto casuale. Ripetendo le misure anche con altre catenelle, si trova che le semidispersioni massime non superano l'1% del valore medio (media aritmetica) e non vi è alcuna correlazione tra le entità dei tempi misurati e le ampiezze.

### 2. e 3. Controllo dipendenza o meno di *T* da *M*, e da *L*

Materiali: tre catenine di lunghezza *1 m*, bilancia da cucina, forchetta di sostegno, metro metallico, cronometro dello smartphone.

Attenzione! Alcune misure con la bilancia sembrano superare la sensibilità dichiarata, poiché nella misurazione diretta di ciascuna catenina lunga 1 m si è stimata anche la mezza divisione. Le masse per lunghezze inferiori al metro sono state invece calcolate nell'ipotesi di proporzionalità tra massa e lunghezza.

| catenina (*L*=1 m) | **1** | **2** | **3** |
|---|---|---|---|
| massa *M* (g) | 20 | 32,5 | 62,5 |

(A) Si varia la lunghezza con massa costante M1 = M2 = M3 = 10 g

| catenina | **1** | **2** | **3** |
|---|---|---|---|
| Lunghezza *L* (m) | 0,50 | 0,31 | 0,16 |
| Periodo *T* (s) | 1,18 | 0,926 | 0,681 |

(B) varia la massa con lunghezza costante *L1* = *L2* = *L3* = 0,50 m

| catenina | **1** | **2** | **3** |
|---|---|---|---|
| Massa *M* (g) | 10 | 16 | 31 |
| Periodo *T* (s) | 1,18 | 1,17 | 1,18 |

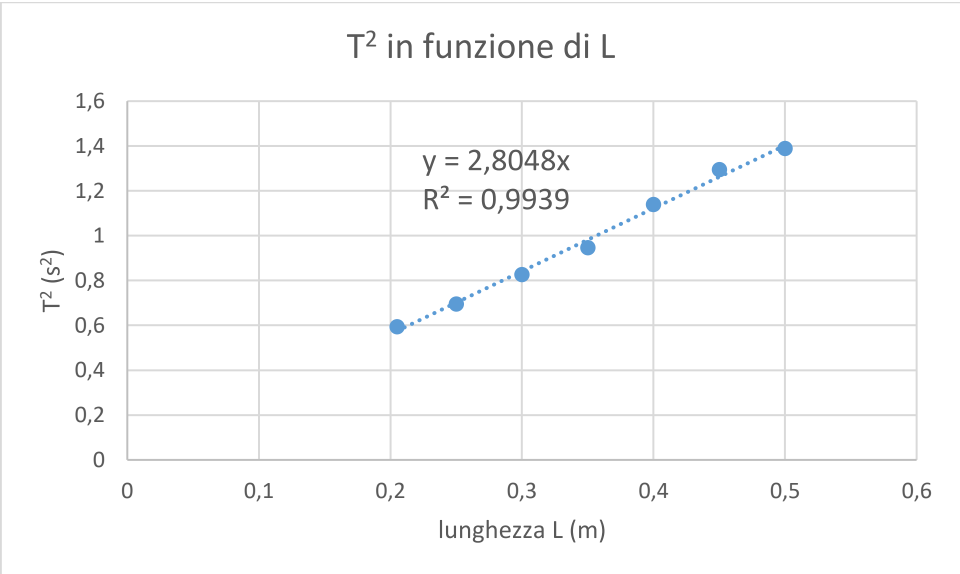
Conclusione di (A) (B): Il periodo *T* dipende dalla lunghezza *L*, non appare dipendere dalla massa *M*.

(C) Come dipende *T* dalla lunghezza?

Per controllarlo si è usata la catenina 3

| $L = L3$ (m) | $T$ medio (s) | $T^2$ ($s^2$) | $T/\sqrt{L}$ | $T^2/L$ ($s^2$/m) |
|---|---|---|---|---|
| 0,205 | 0,7705 | 0,593670 | 1,701750 | 2,895952 |
| 0,250 | 0,8340 | 0,695556 | 1,668000 | 2,782224 |
| 0,300 | 0,9090 | 0,826281 | 1,659599 | 2,754270 |
| 0,350 | 0,9730 | 0,946729 | 1,644670 | 2,704940 |
| 0,400 | 1,0670 | 1,138489 | 1,687075 | 2,846223 |
| 0,450 | 1,1377 | 1,294361 | 1,695983 | 2,876358 |
| 0,500 | 1,1785 | 1,388862 | 1,666651 | 2,777725 |

Nota. I valori in tabella presentano anche cifre non significative, ma sono quelli usati per i calcoli. Le cifre significative saranno al massimo tre.
Per le misure di lunghezza si può stimare un'incertezza di ±3 mm. A volte risulta molto difficile, se non impossibile, ottenere cifre tonde per tutte le lunghezze, a causa della lunghezza propria dei singoli tratti di catena, che siano fermagli o anelli (v. per esempio valore di L nella prima riga).




Per la stima dell'incertezza si propongono diverse opzioni. A livello introduttivo si usano la semidispersione massima, che in questo caso vale 0,1 $s^2$/m e ha il limite di essere troppo pessimistica, oppure la media aritmetica dei moduli degli scarti dalla media, che in questo caso risulta 0,05 $s^2$/m. A livello più avanzato si introduce la deviazione standard, che con i nostri dati risulta $\sigma = 0{,}064266038 \approx 0{,}6$ $s^2$/m.

Possiamo quindi scrivere: $T^2/L = (2{,}81 \pm 0{,}05)$ $s^2$/m, se si usa lo scarto (in modulo) medio dalla media, $T^2/L = (2{,}81 \pm 0{,}06)$ $s^2$/m se si usa la deviazione standard, oppure $T^2/L = (2{,}8 \pm 0{,}1)$ $s^2$/m se si usa la semidispersione massima.

Raccogliendo più dati sarebbe interessante costruire un diagramma a barre delle frequenze dei valori della costante che compare nella formula per $T$ o per $T^2$

$$T^2 = 2{,}80\ L \qquad T = 1{,}67\sqrt{L}$$

Il periodo $T$ in funzione della lunghezza $L$ di una catena di oscillatori è dato approssimativamente in [1] come $T(L) = \frac{4\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{L}{g}} \approx 1{,}67\sqrt{L}$, dove $T$, $L$, $g$ sono in unità del SI e $\lambda$ è la prima radice della funzione di Bessel $J_0(x)$, $\lambda \approx 2{,}4$ [2]
Ricordiamo che per un pendolo semplice il periodo sarebbe $T \approx 2{,}01\sqrt{L}$ mentre per una barra rigida di lunghezza L il periodo sarebbe $T(L) = \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{6L}{g}} \approx 1{,}64\sqrt{L}$ , sempre se i valori sono in unità del SI.

**Fonte**

[1] Doug Oliver, *Oscillation of a Paper-Clip Chain*, The Physics Teacher, VOL.34. OCT 1996. 446-447
[2] C.R. Wylie and L.C. Barrett, *Advanced Engineering Mathematics*, 6th ed. (McGraw-Hill, New York, 1995). Example 1, Section 12.8.