

Quanto tempo impiegherà un'onda sonora a percorrere la distanza l tra i punti A e B se la temperatura dell'aria tra di essi varia linearmente da T_1 a T_2 ? Tieni presente che la velocità di propagazione nell'aria varia in funzione della temperatura secondo la legge:

$$v = a\sqrt{T}$$

dove a è una costante.

RISOLUZIONE

Possiamo esprimere la variazione lineare di temperatura tra A e B indicando che, tra T_1 e T_2 il gradiente di temperatura è costante e pari al rapporto $\Delta T/l$:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\Delta T}{l} = \frac{T_2 - T_1}{l}, \quad (1)$$

dove con x è indicata la distanza da A del punto a temperatura T .

La propagazione dell'onda sonora nell'intorno di un punto distante x dal punto A può essere scritta come:

$$dx = v(x) dt = a\sqrt{T} dt$$

da cui, esprimendo dx in funzione di dT tramite la (1):

$$\frac{l}{T_2 - T_1} dT = a\sqrt{T} dt \quad \Rightarrow \quad dt = \frac{l}{a(T_2 - T_1)\sqrt{T}} dT.$$

Possiamo ora determinare t integrando:

$$\int_0^t dt = \frac{l}{(T_2 - T_1)} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{a\sqrt{T}}$$

$$t = \frac{2l}{a(T_2 - T_1)} \cdot \frac{T}{\sqrt{T}} \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{2l}{a(\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1})}.$$

COMMENTI

– Questo quesito, come è stato rilevato, è ripreso da un esercizio (4.150) del testo: I. E. Irodov. *Problems in General Physics*, MIR, Mosca 1981.

– Nella risoluzione è richiesta l'integrazione di un'equazione differenziale. Si osserva che, benché l'argomento delle equazioni differenziali sia presente nelle *Indicazioni nazionali* per la Matematica, esso non è però citato nel *Quadro di riferimento* per l'esame.