Dimostra che a un elettrone non relativistico, accelerato da fermo mediante una differenza di potenziale ΔV misurata in volt, si può associare un'onda di de Broglie la cui lunghezza d'onda λ può essere espressa dalla formula:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1{,}504}{\Delta V}}\, nm.$$

SVOLGIMENTO

Iniziamo col notare che la scrittura "nm" del testo deve essere interpretata come se fosse "nm" (in tondo), simbolo per nanometri. Anche con questa interpretazione, però, la scrittura non è corretta: il termine che precede "nm", infatti, non è adimensionale ma presenta la dimensione di $\mathrm{V}^{-1/2}$. Riscriviamo allora:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1{,}504\ \mathrm{V}}{\Delta V}}\ \mathrm{nm}$$

e mostriamo la validità di questa espressione.

Per un elettrone non relativistico valgono le espressioni classiche per l'energia cinetica e la quantità di moto e, quindi, si può scrivere:

$$E = e\Delta V = \frac{p^2}{2m}$$

da cui $p^2 = 2em\Delta V$.

Utilizzando la relazione di de Broglie, allora:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \sqrt{\frac{h^2}{p^2}} = \sqrt{\frac{h^2/(2em)}{\Delta V}}.$$

Calcoliamo, allora il valore di $h^2/(2em)$:[1]

$$\frac{h^2}{2em} = \frac{(6{,}626 \times 10^{-34}\ \mathrm{kg\,m^2 s^{-1}})^2}{2 \cdot 1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{A\,s} \cdot 9{,}109 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}} =$$

$$= 1{,}504 \times 10^{-18}\ \mathrm{kg\,m^4 A^{-1} s^{-3}} = 1{,}504 \times 10^{-18}\ \mathrm{V\,m^2}.$$

Sostituendo:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1{,}504 \times 10^{-18}\ \mathrm{V\,m^2}}{\Delta V}} = \sqrt{\frac{1{,}504\ \mathrm{V}}{\Delta V}} \times 10^{-9}\ \mathrm{m}.$$

COMMENTI

Il quesito è già stato proposto, sostanzialmente identico (compresa l'errata scrittura "nm" – sono in questo recidivi) nella "simulazione" della prova di fisica del 12 gennaio 2017. In quel caso – unica differenza – si chiedeva anche di calcolare il valore di λ per $\Delta V = 50{,}0\ \mathrm{V}$.

[1] Si deve, in questo, tener conto del fatto che $\mathrm{V} = \mathrm{kg\,m^2 A^{-1} s^{-3}}$.