In un tubo a raggi catodici gli elettroni prodotti dal catodo vengono accelerati da una differenza di potenziale di $1,00\cdot10^5V$. Sapendo che la distanza tra catodo e anodo è di 20,0cm, determina la velocità degli elettroni (in metri al secondo) in prossimità dell'anodo tenendo conto degli effetti relativistici

RISOLUZIONE

Il lavoro del campo elettrico è pari alla variazione dell'energia cinetica dell'elettrone, ΔK :

$$e\Delta V = \Delta K \cong K = (\gamma - 1)mc^2$$
,

dove e è il valore della carica dell'elettrone, m la massa (a riposo), c è la velocità della luce, γ è il fattore di Lorentz e abbiamo ipotizzato che sia trascurabile l'energia cinetica iniziale. Perciò:

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{e\Delta V}{mc^2}$$
$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(1 + \frac{e\Delta V}{mc^2}\right)^{-2}$$
$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{e\Delta V}{mc^2}\right)^{-2}}.$$

Assumendo $e=1,6022\times 10^{-19}~{\rm C}~{\rm e}~m=9,1094\times 10^{-31}~{\rm kg}$, nonché $c=2,9979\times 10^8~{\rm ms}^{-1}$, si calcola:

$$\frac{v}{c} = 0.55$$

ovvero $v = 1.64 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$.

COMMENTI

- La distanza tra catodo e anodo è data in sovrappiù, perché non serve nella risoluzione del problema.
- Come in altri quesiti, le regole di scrittura sono ignorate: il simbolo dei volt è scritto in corsivo e attaccato al valore, analogamente più avanti per i centimetri.
- I tubi a raggi catodici non sono usualmente progettati per tensioni così elevate, che sono invece tipiche di tubi per raggi X.