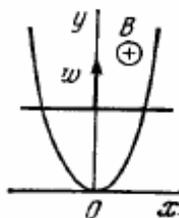


Una spira a forma di parabola di equazione  $y = ax^2$  è immersa in un campo magnetico uniforme  $B$  perpendicolare al piano  $xy$  della parabola. All'istante  $t = 0$  una barretta inizia a traslare lungo la parabola partendo dal suo vertice con accelerazione costante come indicato in figura. Determinare la forza elettromotrice indotta sulla spira in funzione della  $y$ .



La forza elettromotrice indotta  $\mathcal{E}$  è dovuta all'effetto della forza di Lorentz  $\vec{F}_L$ , attiva sugli elettroni del tratto conduttore<sup>1</sup> in movimento nel campo magnetico. Con la semplice geometria descritta nel testo<sup>2</sup>, si può scrivere:

$$F_L = evB$$

dove  $e$  è il valore della carica dell'elettrone e  $v$  il modulo della velocità del tratto in moto.

Corrispondentemente, la forza elettromotrice può essere espressa come:

$$\mathcal{E} = \frac{F_L \cdot l}{e} = vB \cdot 2x \quad [1]$$

essendo pari a  $2x$  la lunghezza  $l$  del tratto rettilineo di conduttore che chiude il circuito.

Ma, dall'equazione della parabola, si ricava subito:

$$y = ax^2 \Rightarrow x = \sqrt{y/a}$$

mentre, dalla cinematica, si ha:  $v = \sqrt{2wy}$  (essendo  $w$ , come pare di poter leggere nella figura, l'accelerazione del conduttore rettilineo).

In definitiva, sostituendo nella [1]:

$$\mathcal{E} = \sqrt{2wy} \cdot B \cdot 2\sqrt{y/a} = 2B \sqrt{\frac{2w}{a}} y. \quad [2]$$

La legge di Lenz ci permette, poi, di capire che la forza elettromotrice  $\mathcal{E}$  sarà tale da produrre una corrente che circoli nella spira in verso antiorario<sup>3</sup>.

#### COMMENTI

– Questo quesito, come è stato rilevato, è ripreso da un esercizio (3.288) del testo: I. E. Irodov. *Problems in General Physics*, MIR, Mosca 1981. In realtà, il testo originale è formulato un po' meglio:

«A wire bent as a parabola  $y = ax^2$  is located in a uniform magnetic field of induction  $B$ , the vector  $\mathbf{B}$  being perpendicular to the plane  $x, y$ . At the moment  $t = 0$  a connector starts sliding translationwise from the

<sup>1</sup> Anche se il testo non lo specifica, si presume che la "barretta" sia un buon conduttore (non, per esempio, una "barretta" di müsli!).

<sup>2</sup> Interpretiamo il cerchio con una crocetta all'interno come indicazione di un campo  $\mathbf{B}$  "entrante".

<sup>3</sup> Alla stessa conclusione si arriva anche direttamente, considerando che la forza di Lorentz agente sugli elettroni del conduttore in moto è rivolta verso destra.

parabola apex with a constant acceleration  $w$  (Fig. 3.78). Find the emf of electromagnetic induction in the loop thus formed as a function of  $y$ .»

“Un filo piegato in forma di parabola” è certamente più corretto di “una spira a forma di parabola” (la parabola è una curva aperta); “con accelerazione costante  $w$  (Fig. 3.78)” sarebbe più chiaro di “con accelerazione costante come indicato in figura”, perché nella figura non è immediato capire che la lettera  $w$  indichi un’accelerazione. Infine, si è perso il fatto che è il vettore  $\mathbf{B}$  (e non l’intensità  $B$  del campo) ad essere perpendicolare al piano della curva.

– Il libro di Irodov contiene problemi di vario livello, diversi dei quali decisamente facili, come sottolinea lo stesso autore. In questo caso, il quesito non presenta difficoltà particolari e rientra tranquillamente tra gli esercizi che ci si può aspettare possano essere risolti da uno studente di Liceo scientifico.

– Per approfondire appena un poco la discussione dal punto di vista matematico, si può osservare che la definizione [2] è valida soltanto per  $0 \leq y \leq aL^2$ , essendo  $2L$  la lunghezza della barretta conduttrice. Per  $y > aL^2$ , è invece  $\mathcal{E} = 0$  (la funzione ha un punto di discontinuità per  $y = aL^2$ ).