



Luigi Maria Gratton,

Vittorio Zanetti*

Dipartimento di fisica,
Università di Trento
*Dipartimento di
fisica, Università di
Trento (attualmente in
pensione)

Riga da disegno usata come bilancia a pendolo

(Pervenuto il 10.7.2009, approvato il 26.11.2010)

ABSTRACT

An experimental exercise on using a pendulum for measuring masses, proposed to the Italian students enrolled in one of the national sessions of the Physics Olympiads, is described and discussed.

1. Introduzione

Il presente lavoro si riferisce allo studio sperimentale delle oscillazioni di una riga da disegno cui è fissato un dado da bullone, appesa al bordo di un tavolo come mostra la Figura 1.

Tenendo presente un suo utilizzo didattico che può servire in particolare per determinare con un metodo non tradizionale la massa incognita di un corpo di piccole dimensioni [1], abbiamo suddiviso la trattazione in due livelli di approfondimento, il primo rivolto principalmente a studenti molto giovani e/o con poche nozioni di fisica, il secondo rivolto a studenti con conoscenze già consolidate sulla dinamica dei sistemi rigidi e che verrà trattato nelle ultime sezioni. Sugeriamo di far ricavare le conclusioni fisiche più importanti direttamente dalle misure degli studenti: allo scopo, inizialmente si può suddividere la scolaresca in piccoli gruppi, ognuno dei quali fornirà i dati relativi solo ad alcuni aspetti specifici, per non appesantirne troppo il lavoro. Successivamente i dati parziali verranno raggruppati in maniera da delineare un quadro d'insieme più completo. È importante rilevare che con questo studio empirico del moto di un sistema particolare i ragazzi possono ricavare conclusioni generalizzabili al moto oscillatorio di un qualsiasi altro sistema rigido.

L'attrezzatura necessaria è semplicissima e poco costosa, pur permettendo di effettuare misure con notevole precisione se utilizzata al meglio.



Figura 1. Visione d'insieme dell'apparato sperimentale. La matita posizionata sul pavimento in corrispondenza della verticale passante per il punto di sostegno del pendolo è utile per traguardare con maggior precisione il pendolo, onde scattare il cronometro all'inizio e alla fine di un numero intero di oscillazioni. Le linee tracciate sulla riga servono per collocare i dadi in posizioni ben individuabili.

Massa $\cdot \times (10^{-3} \text{ kg})$	Raggio est. $R \times (10^{-2} \text{ m})$	Raggio int. $r \times (10^{-2} \text{ m})$
10,03 \pm 0,02	0,89 \pm 0,02	0,45 \pm 0,01
15,24 \pm 0,02	1,01 \pm 0,02	0,55 \pm 0,02
29,80 \pm 0,02	1,30 \pm 0,05	0,75 \pm 0,02
30,20 \pm 0,02	1,30 \pm 0,05	0,75 \pm 0,02
43,98 \pm 0,02	1,44 \pm 0,05	0,86 \pm 0,03
44,40 \pm 0,02	1,44 \pm 0,05	0,86 \pm 0,03

Tabella 1. Caratteristiche dei dadi da bullone usati nell'esperimento. I valori dei "raggi" esterni sono stati approssimati, causa la loro forma.

Noi ci siamo serviti del seguente materiale: una riga da disegno, di plastica, avente lunghezza pari a $(61,85 \pm 0,05) \times 10^{-2} \text{ m}$, larghezza $(4,55 \pm 0,5) \times 10^{-2} \text{ m}$, spes-

sore $(3,5 \pm 0,5) \times 10^{-3}$ m, rastremato su un bordo, massa $(102,8 \pm 0,2) \times 10^{-3}$ kg; sei dadi da bullone di masse e dimensioni varie, come da tabella 1; nastro biadesivo per fissare i dadi alla riga; uno spillo; un cronometro al centesimo di secondo. Infine, un po' di nastro adesivo serve per fissare lo spillo sul ripiano del tavolo, in maniera che sporga di pochissimo dal tavolo stesso, per sostenere la riga. È necessario che il bordo del tavolo contro cui striscia la riga sia ben arrotondato e liscio, in maniera che il moto del sistema sia poco smorzato, onde permettergli di fare almeno 30 oscillazioni senza che la loro ampiezza diminuisca sensibilmente. È utile che la riga strisci contro il bordo del tavolo affinché il suo assetto resti ben definito su di un piano verticale, senza oscillazioni trasversali. Allo stesso tempo è opportuno che si utilizzi anche un ago, inserito perpendicolarmente allo spillo, sotto di esso, fissandolo sul bordo del ripiano con nastro adesivo, per far sì che lo spillo abbia una piccola pendenza verso l'interno del tavolo onde impedire che la riga scivoli verso l'esterno durante le oscillazioni.

2. Dipendenza del periodo dall'ampiezza delle oscillazioni

Il primo esperimento da noi proposto ha lo scopo di far prendere confidenza con la tecnica di misura del periodo di oscillazione della riga scarica, mettendo in evidenza come il suddetto periodo dipenda in maniera non trascurabile dall'ampiezza delle oscillazioni. Questo studio preliminare è utile per cercare di rendere minime le incertezze sperimentali, compatibilmente con l'apparecchiatura usata, affinché si possano trarre conclusioni significative. Allo scopo è possibile cronometrare per esempio diverse serie di 10 oscillazioni cadauna: è consigliabile iniziare con un angolo assai ampio, ad esempio con $\alpha = 30^\circ$ rispetto alla verticale. Poi si può passare ad angoli via via meno ampi, misurando più volte il periodo per ogni angolo. In questa maniera si potrà concludere che il periodo tende a diventare sempre più breve man mano che l'ampiezza diminuisce.

Ampiezza	Periodo (s)
$\sim 4^\circ$	$1,233 \pm 0,002$
$\sim 7^\circ$	$1,235 \pm 0,002$
$\sim 16^\circ$	$1,240 \pm 0,003$
$\sim 30^\circ$	$1,256 \pm 0,003$

Tabella 2 - Andamento del periodo in funzione dell'ampiezza di oscillazione del pendolo.

Nella Tabella 2 sono riportati i valori da noi ottenuti, corredati dalla loro incertezza assoluta espressa come scarto medio del valore assoluto degli scarti rispetto al valor medio. Da questa tabella si può constatare che il valore del periodo decresce sensibilmente quando l'ampiezza dell'angolo diminuisce, proprio come è prevedibile basandosi sulla teoria del pendolo semplice [2]. Per quanto riguarda l'incertezza sui periodi da noi misurati, essa risulta di circa due parti su 1000, in corrispondenza di angoli $\alpha \leq 7^\circ$ ed è del tutto accettabile per gli scopi della presente trattazione.

3. Dipendenza del periodo dalla posizione del dado sulla riga. Metronomo

Illustriamo ora un altro esperimento propedeutico all'uso della riga come bilancia. Si fissa un dado nella zona più bassa possibile della riga, servendosi di nastro biadesivo, poi si procede alla misura del periodo della riga così caricata. Per sveltire l'esecuzione dell'esperimento e anche per aumentare la precisione, conviene prendere il tempo per due o tre serie di 30-50 oscillazioni cadauna, anziché molte serie di 10 oscillazioni. L'ampiezza delle oscillazioni deve essere sempre la più piccola possibile e comunque non superiore ai 7° . Si prosegue spostando lo

stesso dado in posizioni meno distanti dall'asse di oscillazione O, posizioni che è opportuno indicare con linee orizzontali tracciate mediante pennarello indelebile, trasversalmente sulla riga. In corrispondenza si misura ogni volta con estrema cura il periodo e la distanza del "centro" del dado posto su una delle linee di cui sopra. Questo per quanto riguarda il lavoro di un gruppo, mentre gli altri gruppi potrebbero contemporaneamente eseguire le stesse misure, con righe identiche ma con dadi di massa diversa. Si dovrà tuttavia concordare in anticipo le posizioni in cui fissare i dadi, che devono essere identiche per poter cumulare i dati di tutti i gruppi. I risultati da noi ottenuti sono riportati in Figura 2.

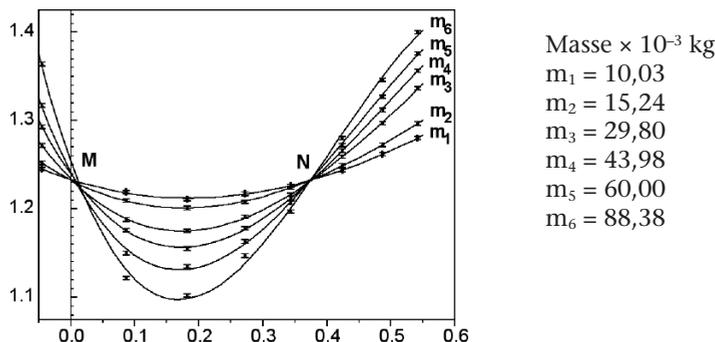


Figura 2. Andamento del periodo del pendolo in funzione della distanza da O, per diversi valori della massa del dado appeso alla riga (le masse m_5 e m_6 sono state ottenute combinando due dadi). Le curve di interpolazione sono basate sui punti sperimentali ipotizzando per semplicità una dipendenza cubica. Questo tipo di dipendenza può essere accettabile solo localmente, ma non su ampie zone: in particolare, quando un dado è posto a una distanza negativa, tale che il centro di massa dell'intero sistema coincida con O, il periodo diventa infinito, cioè il sistema non oscilla più. A questa distanza, quindi, la curva dovrebbe tendere all'infinito, cosa impossibile per una cubica se non per $x \rightarrow \pm \infty$.

Un primo commento è che a sinistra dell'origine (cioè nella zona che corrisponde al dado posto sopra il punto di sospensione) i periodi di oscillazione variano di molto anche se il dado viene spostato di poco, soprattutto se il dado ha massa elevata. Questa caratteristica viene sfruttata in alcuni dispositivi, quali i metronomi di tipo meccanico che "battono il tempo" con ritmo facilmente regolabile (Figura 3).

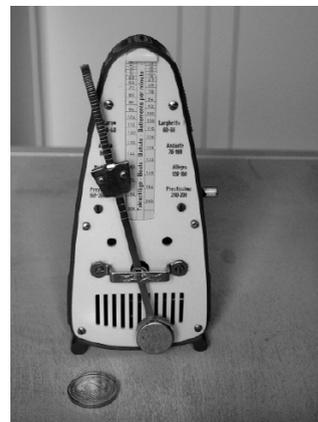


Figura 3. Il ritmo con cui oscilla questo metronomo dipende dalla distanza, rispetto al centro di oscillazione, del pesetto fissato alla parte superiore dell'asta. Si noti anche il contrappeso fisso, in basso. Un caricamento a molla fornisce l'energia al sistema.

4. Risonanza. Misura dell'accelerazione di gravità

Procedendo nell'analisi delle curve ottenute, risulta che quando un dado viene avvicinato all'asse di oscillazione il periodo diminuisce fino a un certo punto, poi torna ad aumentare. Questo comportamento forse ci sorprenderà, poiché siamo abituati a pensare al pendolo semplice, il quale ha un periodo sempre decrescente al diminuire della sua lunghezza. Nel pendolo composto, al contrario, la funzione non è monotona perché l'inerzia che il dado oppone ad essere accelerato avanti e indietro dipende dal quadrato della sua distanza da O, mentre il momento della sua forza

peso dipende semplicemente dalla prima potenza della stessa distanza, quindi è intuibile come questi due contributi possano dar luogo a una inversione dell'andamento della curva. Per una spiegazione più rigorosa occorre far riferimento all'espressione matematica del periodo, riportata nella Sezione 6.

Una dimostrazione didatticamente interessante del fatto che si possa ottenere lo stesso periodo con il dado fissato in due posizioni diverse della riga, consiste nel servirsi di due righe identiche a cui fissare due dadi identici, uno per riga, in posizioni diverse, ma a cui corrispondono uguali periodi. Se li si dispone uno di fianco all'altro, poi li si mette in oscillazione contemporaneamente, si può constatare che in effetti i due pendoli vanno all'unisono. Ma per rendere ancor più interessante la dimostrazione i due pendoli possono essere posti vicini, uno di fronte all'altro, in maniera che oscillino su piani paralleli. Se ora li si accoppia con un sottile elastico o con una leggera molla, poi si mette in oscillazione solo uno dei due, l'altro inizierà a oscillare con ritardo ma la sua ampiezza raggiungerà il valore massimo del primo (trascurando lo smorzamento), poi tornerà a fermarsi restituendo l'energia all'altro e così via, alternativamente. In effetti, questa può essere una buona occasione per approfondire lo studio della risonanza in un contesto certamente diverso da quello solito.

Un'altra caratteristica che risulta dalla Figura 2 è che le curve ivi rappresentate si intersecano in due "punti" M e N abbastanza ben definiti, il primo di coordinate $x_M = 0$ con incertezza $\pm 0,05 \times 10^{-2}$ m, $y_M = (1,233 \pm 0,003)$ s, il secondo $x_N = (37,6 \pm 0,2) \times 10^{-2}$ m e $y_N = (1,233 \pm 0,002)$ s. A dire il vero, la zona di intersezione delle curve che determinano il punto M è troppo estesa per poter essere considerata puntiforme, quindi dobbiamo spiegare perché le coordinate del punto M sono state indicate con incertezza così piccola. A tale proposito occorre tener presente che il principale errore da cui dipende la localizzazione del punto considerato è dovuto alla scelta della curva interpolante che, come abbiamo detto nella didascalia della Figura 2, è una cubica. Facciamo presente inoltre che sulla incertezza potrebbe influire il fatto che i dadi non sono puntiformi. Nella Sezione 6 ricorreremo non a una cubica bensì a una funzione matematica che descrive in maniera molto più rigorosa l'andamento dei dati sperimentali.

Coscienti di questo limite, ora preferiamo determinare le coordinate del punto M con un metodo diretto anziché come intersezione delle varie curve. Infatti, fissando in O un dado per volta in maniera che il "centro" del dado coincida con O stesso e misurando il periodo della riga così caricata, abbiamo trovato che tutti questi periodi sono compresi nell'intervallo $(1,233 \pm 0,003)$ s, intervallo che comprende anche il periodo della riga scarica. Siamo quindi autorizzati a utilizzare detto punto come un punto sperimentale qualsiasi, utile per la determinazione di tutte le curve interpolanti. Nonostante ciò, alcune di queste curve passano parecchio distanti da tale punto sperimentale: significa che queste curve, nella zona considerata, risentono molto dell'errore dovuto all'approssimazione cubica. Nella Sezione 6 vedremo invece che tutte le curve determinate con considerazioni teoriche, tenendo presenti anche le dimensioni finite di ogni dado, passano proprio entro l'intervallo di valori individuato dal punto sperimentale M di cui stiamo trattando.

Che il periodo della riga con dado fissato in O debba essere sensibilmente uguale per tutti i dadi, ivi compreso il dado di massa zero (corrispondente alla riga scarica), è abbastanza facile intuirlo. Infatti, detto periodo non può cambiare molto perché ogni dado, supposto di piccole dimensioni, ha momento d'inerzia quasi nullo (quasi, perché non è completamente nullo il suo momento proprio attorno al suo asse z passante per O), mentre ha momento della forza peso esattamente nullo rispetto a O poiché il suo centro di massa coincide con O.

Passiamo ora a considerare il punto N in cui si intersecano le curve, a destra nella Figura 2. Esso è ben determinabile considerando le intersezioni delle varie

curve rappresentate e per questo le sue coordinate sono corredate da un'incertezza molto piccola. Poiché tutte le curve passano per N o molto vicino ad esso, significa che qualsiasi dado, purché piccolo, se posto alla distanza x_N da O è caratterizzato da un uguale periodo, pari proprio al valore del periodo della riga scarica. Ora è facile intuire come mai ponendo i dadi nel punto N il sistema abbia lo stesso periodo della riga scarica: infatti, in questa posizione i contributi del momento d'inerzia e del momento della forza peso del dado si compensano esattamente. Ciò significa che la riga non risente della presenza della massa fissata alla distanza x_N , quindi è come se fosse scarica a parte la sollecitazione cui essa è sottoposta lungo il suo asse per la presenza del dado, proprio come si verifica al filo di sostegno di un pendolo semplice, continuamente teso dalla massa fissata al suo estremo.

Da quanto detto sopra, una qualsiasi massa di piccole dimensioni fissata alla riga nel punto N oscilla come se fosse appesa a un filo di lunghezza $l = x_N$. Ne consegue che possiamo utilizzare la relazione fondamentale del periodo del pendolo semplice per determinare, come controllo della bontà della nostra interpretazione e dei dati sperimentali ottenuti, il valore dell'accelerazione di gravità. Procedendo in questa maniera e tenendo conto del valore sopra indicato di $l = x_N$ (chiamato lunghezza ridotta del pendolo composto) e del valore del periodo otteniamo:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} = (9,76 \pm 0,09) \text{ ms}^{-2} \quad (1)$$

Il risultato è confortante, considerando la semplicità dell'attrezzatura utilizzata [3].

5. Riga usata come bilancia

Veniamo ora alla parte riguardante l'uso della riga come bilancia, che ovviamente è di tipo inerziale-gravitazionale in quanto si basa sia sull'aspetto gravitazionale sia su quello inerziale delle masse in gioco. I dati raccolti nell'esperimento precedente possono essere rielaborati mettendo in grafico, per ogni posizione prefissata, il periodo in funzione della massa di ogni singolo dado, come è stato fatto nella Figura 4.

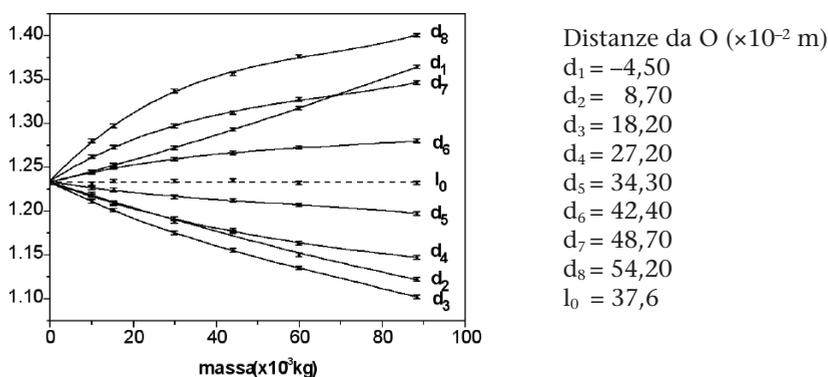


Figura 4. Andamento del periodo del pendolo in funzione della massa fissata alla riga, al variare della distanza da O. Anche in questo caso è stata usata una cubica come funzione interpolante i punti sperimentali, tranne che nel caso della linea tratteggiata che corrisponde alla lunghezza ridotta del pendolo l_0 .

Un primo suggerimento che possiamo trarre da tale figura è che ogni curva $T(m)$ può essere utilizzata direttamente per determinare il valore di una massa in-

cognita. Infatti, basta fissare il dado di massa m_x in una qualsiasi posizione della riga corrispondente a una delle curve della Figura 4, ad esempio a $54,20 \times 10^{-2}$ m da O, poi misurare con estrema cura il corrispondente periodo di oscillazione del sistema. In questa maniera potremo leggere il valore della massa che corrisponde a tale periodo direttamente sul grafico. Alcuni dati sperimentali corredati dalle relative incertezze, da noi ottenuti fissando le masse incognite a distanze diverse da O sono stati riportati nella Tabella 3, a scopo esemplificativo. In particolare questo è stato fatto per mostrare che l'operazione di interpolazione ha una precisione che dipende dalla pendenza locale del grafico, dal valore assoluto del periodo, dalla densità dei punti di calibrazione esistenti nella zona che interessa e infine dal tipo di funzione matematica interpolatrice.

Dist. da O $\times (10^{-2}$ m)	T (s)	m_x interp $\times (10^{-3}$ kg)	Errore %	m_x vera $\times (10^{-3}$ kg)
$d_8 = 54,20 \pm 0,05$	$1,293 \pm 0,002$	$13,5 \pm 0,6$	4,4	13,57
$d_6 = 42,40 \pm 0,05$	$1,247 \pm 0,002$	13 ± 2	15,4	13,57
$d_8 = 54,20 \pm 0,05$	$1,347 \pm 0,002$	36 ± 1	2,8	37,55
$d_6 = 42,40 \pm 0,05$	$1,263 \pm 0,002$	37 ± 4	10,8	37,55

Tabella 3. Valori di due masse incognite ottenuti per interpolazione, servendosi della Figura 4, (curve di parametri $d_8 = 54,20 \times 10^{-2}$ m e $d_6 = 42,40 \times 10^{-2}$ m). I valori delle masse sono corredati da incertezze diverse soprattutto a causa della diversa pendenza locale delle due curve utilizzate.

Per quanto riguarda la precisione con cui è possibile determinare il valore di una massa incognita servendosi di questa bilancia, possiamo aggiungere che in generale è opportuno scegliere una curva alla distanza maggiore possibile dalla retta tratteggiata di Figura 4: infatti questa rappresenta una posizione in cui tutte le masse danno lo stesso periodo, quindi il sistema non è in grado di distinguere tra una massa e l'altra. Nella Figura 2 questa situazione corrisponde al punto N. Facciamo infine rilevare che la risoluzione di questa bilancia è decisamente bassa, come si può dedurre dai dati di Tabella 3.

6. Equazione teorica della curva interpolante

Innanzitutto facciamo notare che a un livello scolastico più avanzato i dati sperimentali possono essere presi utilizzando, ad esempio, una cellula fotoelettrica collegata per mezzo di un'opportuna interfaccia ad un computer; se questo è provvisto di un adeguato programma risulterà agevole elaborarli. Tuttavia, poiché in questo modo si migliora solo la precisione della misura del periodo, peraltro già sufficientemente buona, mentre nel nostro caso gli errori maggiori vengono dalla incertezza sulla misura della posizione dei dadi (vedi appresso), continueremo a servirci dei dati raccolti manualmente per tutte le considerazioni.

In primo luogo prendiamo in esame un importante aspetto su cui prima non ci siamo soffermati, cioè il fatto che i dadi da bullone non sono puntiformi. Come già detto, questi sono assimilabili a cilindri cavi aventi le dimensioni indicate nella Tabella 1. Seguendo la logica che ci ha portato a tracciare i grafici di Figura 2, ci si rende conto che la loro distanza dall'asse di oscillazione O non può essere rappresentata dalla coordinata x del loro "centro", bensì tale coordinata va aumentata di una ben determinata quantità. Infatti dal punto di vista dell'inerzia rispetto ad O un dado esteso va pensato come fosse un dado puntiforme avente stessa massa, posto un po' più lontano del centro del dado esteso. Questo perché il momento d'inerzia dipende dal quadrato della distanza, quindi le parti lontane del dado esteso "pesano" più delle parti vicine all'asse di oscillazione. Tenendo conto della formula che esprime il momento d'inerzia di un cilindro cavo rispetto al suo asse di simmetria e applicando il teorema di Huygens-Steiner [3], si può calcolare quanto sia maggiore la sua inerzia e quindi di quanto dobbiamo au-

mentare la distanza di cui sopra. In base a questa considerazione tutti i punti sperimentali che compaiono nella Figura 2 andrebbero risistemati aumentando opportunamente la coordinata x di ognuno di essi. Com'è prevedibile, la distanza che varia maggiormente per questo motivo è quella del dado di massa e dimensioni maggiori. In particolare quando è posto alla distanza minima, cioè quando il suo centro è a $-4,50 \times 10^{-2}$ m da O, si trova che questo dado si comporta come una massa puntiforme posta alla distanza di $-4,64 \times 10^{-2}$ m, con una differenza di circa il 3%. Ma per tutte le altre posizioni e con gli altri dadi questa differenza è molto minore, quindi a livello di trattazione iniziale abbiamo ritenuto trascurabile il suddetto errore sistematico e perciò non abbiamo introdotto queste variazioni nei grafici di Figura 2 (che del resto sarebbero state appena apprezzabili, con la scala utilizzata nel disegno).

Dalle considerazioni teoriche sul moto oscillatorio di un pendolo composto [3] si trova che per piccole oscillazioni la relazione esprime l'andamento del periodo T in funzione delle caratteristiche della riga e del dado fissato alla distanza x dall'asse di oscillazione è la seguente:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{(M+m)gD_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{M \left[\frac{b^2+h^2}{12} + D_2^2 \right] + m \left[x^2 + \frac{R^2+r^2}{2} \right]}{g(MD_2+mx)}} \quad (2)$$

avendo tenuto conto della relazione

$$D_1 = \frac{MD_2+mx}{M+m}.$$

I simboli hanno il seguente significato: I = momento d'inerzia dell'intero sistema rispetto a O; M = massa della riga; m = massa del dado; g = accelerazione di gravità; b = larghezza della riga; h = lunghezza della riga; D_2 = distanza da O del centro di massa della riga; D_1 = distanza da O del centro di massa dell'intero sistema; R e r rappresentano rispettivamente il raggio esterno e il raggio interno del dado e x rappresenta la distanza da O del centro del dado.

Per calcolare T in corrispondenza di una certa distanza x mediante l'espressione precedente dobbiamo conoscere bene le caratteristiche geometriche e la massa di ogni dado. Tuttavia, a causa dell'incertezza sulla sua distanza x dall'asse di rotazione, dovuta anche al fatto che lo spillo di sostegno sicuramente si flette di un po' per effetto del peso oscillante (quindi l'incertezza è di difficile valutazione), abbiamo preferito non utilizzare direttamente il valore statico di x , bensì per ogni dado abbiamo espresso la sua distanza aggiungendo a x una piccola quantità δ_i , diversa da un dado all'altro, da ricavare mediante un *best fit*. In questa maniera abbiamo determinato il valore di δ_i che aggiunto alla distanza d_2 esprime il valore più attendibile della distanza da noi cercata. Ci aspettiamo che il valore di δ_i sia piccolo e circa pari all'incertezza di misura su x e che questi valori crescano al crescere della massa del dado.

Per i fit abbiamo utilizzato il valore dell'accelerazione di gravità ricavato dalla seguente relazione [3]:

$$g = (9,80612 - 0,025865 \cos 2\phi + 0,000058 \cos^2 2\phi - 0,00000308h) \text{ ms}^{-2} \quad (3)$$

dove ϕ rappresenta la latitudine geografica e h l'altezza in metri sul livello del mare, che nel nostro caso (Trento) valgono rispettivamente $46^\circ 11'$ e 400 m. Nella Figura 5 sono state riportate le varie curve teoriche così ottenute, assieme ai punti sperimentali di Figura 2, in maniera che sia possibile il confronto diretto tra

ciò che prevede il modello teorico e ciò che è stato trovato sperimentalmente. Da tale confronto risulta che i valori sperimentali sono ben riprodotti dal modello teorico. Il valore medio ottenuto per il parametro libero δ vale $(0,9 \pm 0,8) \times 10^{-3}$ m. L'incertezza che lo contraddistingue è elevata ed è dovuta essenzialmente alla curva con la massa maggiore, il che potrebbe indicare che veramente la flessione dell'ago sia in questo caso piuttosto accentuata. Anche il valore assoluto di δ risulta elevato e questa circostanza può dipendere sia dagli errori di misura che dal fatto che il centro effettivo delle oscillazioni non è facilmente determinabile.

Nella Figura 5 i punti M ed N appaiono molto meglio definiti, in particolare il punto M, rispetto a quanto lo fossero nella Figura 2 basata sull'interpolazione cubica. Inoltre, il punto M sembra trovarsi esattamente in $x = 0$, ma ciò è vero solo in apparenza a causa della scala con cui sono riportati i grafici. Infatti, considerando le dimensioni geometriche dei dadi, si intuisce che le varie curve non possono intersecarsi tutte per $x = 0$ in quanto i dadi hanno dimensioni e massa diverse, grandezze queste che entrano nella relazione (2) e rendono un po' diverso il valore del periodo T anche nella posizione $x = 0$, come risulta chiaro dall'ingrandimento in Figura 6(a).

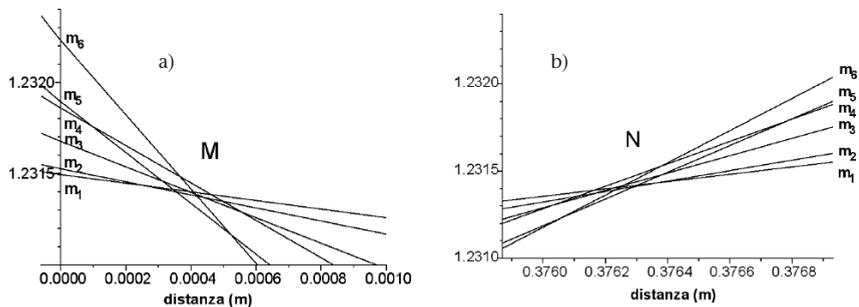


Figura 6 - Ingrandimento delle due zone di intersezione delle curve espresse dalla relazione (2). La Figura 6(a) si riferisce alla zona corrispondente al punto M, mentre la Figura 6(b) si riferisce alla zona corrispondente al punto N. Le curve sono state calcolate utilizzando per i singoli dadi il valore medio del parametro δ .

Analogamente non può esistere un unico punto N in cui si incontrano tutte le curve, come risulta dalla Figura 6(b). Si osserva inoltre che le due intersezioni di una qualsiasi coppia di curve ivi rappresentate hanno uguale ordinata, cioè indicano un uguale periodo, come si può ricavare numericamente a partire dalla relazione (2).

Dalle stesse figure si può notare che, entro gli errori di misura, i valori relativi ai periodi e alle posizioni riportati nella precedente sezione sono corretti. Tutta-

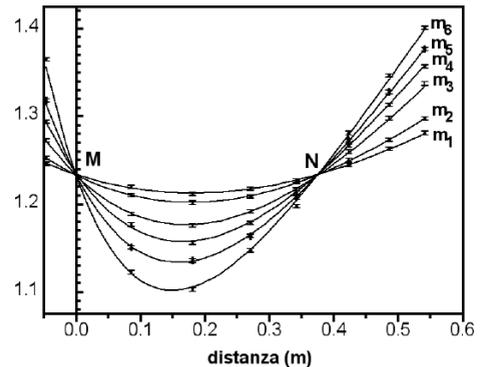


Figura 5. Best fit dei dati sperimentali relativi al periodo del pendolo in funzione della distanza da O, ottenuto utilizzando la relazione (2) e mantenendo come parametro libero δ .

via, cogliamo l'occasione per segnalare che il ragionamento fatto al termine della Sezione 4 per ricavare l'accelerazione di gravità, basato sui grafici di Figura 2, non è del tutto corretto. In effetti, solo nell'approssimazione di masse puntiformi vale il ragionamento da noi utilizzato nella Sezione 4 per ricavare g , poiché solo in questo caso tutte le curve si intersecano effettivamente in due punti ben precisi M (in $x = 0$) ed N, mentre la loro distanza reciproca corrisponde alla lunghezza ridotta del pendolo. Nella Sezione 4 non sono stati considerati questi aspetti, tuttavia il valore di g che si è ottenuto è accettabile poiché il suo valore "vero" è contenuto entro l'incertezza sperimentale. Si può notare che tale incertezza non può ridursi più di tanto, poiché i punti N e M sono intrinsecamente mal definiti.

Concludiamo facendo notare che certamente vi sono bilance migliori di questa, tuttavia lo studio del sistema considerato, nella sua apparente semplicità iniziale, si dimostra particolarmente efficace per mettere in risalto l'importanza di avere buoni dati sperimentali anche al fine di poter elaborare un modello teorico che consenta di sfruttare meglio lo strumento [6].

Note e bibliografia

- [1] L'idea iniziale di questo articolo deriva dalla prova nazionale per le Olimpiadi di Fisica, anno 2002. A questo proposito cogliamo l'occasione per ringraziare delle proficue discussioni gli altri membri del sottogruppo sperimentale, Commissione Olimpiadi dell'AIF, cioè i prof. Giuliana Cavaggioni, Gennaro Guercio, Laveder, Isidoro Sciarratta, Gabriele Tassinari.
- [2] P. FLEURY, J.P. MATHIEU, *Meccanica fisica*, p. 269, Zanichelli, 1963
- [3] La Fisica di Berkeley, *Meccanica*, p. 272, Zanichelli, 1970.
- [4] Cfr. [2], p. 272.
- [5] E. STRANDGAARD ANDERSEN *et al.*, *Data Book*, p. 193, Edizioni Studio Tesi, 1985.
- [6] L'Appendice: *Caratteristiche e risoluzione della bilancia ricavate teoricamente*, che completa l'articolo, sarà pubblicata sul sito dell'AIF, all'indirizzo http://www.aif.it/index.php?LFNS/lfns10_4.php [NdR]



In quel momento la fisica mi nauseava; eppure prima era stata un piacere. [...] Mi piaceva perché era un gioco. [...] Bastava che m'interessasse: che fosse un gioco divertente. [...] Una settimana dopo, alla caffetteria, uno studente lanciò in aria un piatto, per scherzo. Mentre il piatto saliva, lo guardavo oscillare; notai che lo stemma rosso di Cornell, sull'orlo del piatto, girava; era addirittura ovvio, almeno per me, che girasse più velocemente dell'oscillazione del piatto. Non avevo niente da fare, e mi misi a calcolare il movimento di rotazione del piatto. Scoprii, con un'equazione molto complicata, che quando l'angolo era piccolissimo la frequenza di rotazione era due volte quella di oscillazione. [...]

Continuai a lavorare sulle equazioni delle oscillazioni, passando ai movimenti delle orbite di elettroni nella relatività, all'equazione di Dirac in elettrodinamica, all'elettrodinamica quantistica. [...]

Quello che facevo non era rilevante all'inizio, ma lo divenne. I diagrammi, tutto quel calcolare per cui ottenni il Nobel, scaturivano da quel gingillarmi con il piatto della caffetteria.

R. Feynman, *Sta scherzando Mr. Feynman!*, Zanichelli (1988), p. 171 (*Un degno professore*)

La trottola sarà un giocattolo un po' *démodé* ma può essere più stimolante e divertente di un videogioco. W. Pauli e N. Bohr sembrano essere d'accordo.