Baccalaureat Europeo 1994 - Soluzioni dei problemi

Traduzione di Silvia Pugliese Jona dal testo in inglese
(Pervenuto il 30.10.98, approvato il 22.12.98)

ABSTRACT
Solutions of the physics problems of the European Highschool final exams (texts published in LFnS, XXX1, 3, 1998).

I testi dei problemi a cui queste soluzioni si riferiscono sono stati pubblicati in *La Fisica nella Scuola* n° 3, 1998. Le soluzioni, nella forma qui presentata, costituiscono materiale di riferimento per gli esaminatori all'atto della correzione degli elaborati presentati dai candidati alla maturità Scientifica del Liceo Europeo.*

Problema 1 - Giove e le sonde spaziali

a. Traiettoria circolare di S_1

i) Modulo della velocità v_1

Si applica la seconda legge di Newton, $\Sigma F = ma$. Il componente scalare della forza lungo la retta (Δ) è:

$$GmM/d_1^2 = mv_1^2/d_1 \text{ da cui } v_1 = (GM/d_1)^{1/2} \quad (1)$$

Sostituendo i valori dati:
$v_1 = (6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27}/8{,}52 \cdot 10^7)^{1/2} = 3{,}857 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$

$$\mathbf{v_1 = 3{,}86 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}}$$

ii) Periodo di rivoluzione di S_1

Il periodo è definito come $T_1 = 2\pi d_1/v_1$. Sostituendo da (1) l'espressione di v_1 si ottiene:

$$T_1 = 2\pi d_1(d_1/GM)^{1/2} = \mathbf{2\pi(d_1^3/GM)^{1/2}} \quad (2)$$

b. Sistema "Giove-Sonda S_1"

Energia meccanica complessiva E_t è la differenza tra l'energia cinetica $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ e l'energia potenziale $E_p = -GmM/d_1$. Sostituendo da (1) l'espressione di v_1 si ottiene:

$$E_t = E_k + E_p = \tfrac{1}{2}GmM/d_1 - GmM/d_1.$$

$$\mathbf{E_t = -\tfrac{1}{2}GmM/d_1}$$

Energia supplementare (ΔE)

ΔE è la differenza tra l'energia finale $E_f = -\frac{1}{2}GmM/r$ in un'orbita stazionaria di raggio r e l'energia iniziale $E_i = -\frac{1}{2}GmM/d_1$ nell'orbita di raggio d_1. Perciò:

$$\Delta E = E_f - E_i = -\tfrac{1}{2}GmM/r + \tfrac{1}{2}GmM/d_1 = -\tfrac{1}{2}GmM\,(1/d_1 - 1/r) \quad (3)$$

Il periodo di rotazione T di Giove intorno al suo asse è uguale al periodo di rivoluzione T di S_1. Dalla (2), $T = 2\pi(r^3/GM)^{1/2}$ da cui il raggio dell'orbita stazionaria è:

$$r = (GMT^2/4\pi^2)^{1/3} = (6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27} \cdot 3{,}54^2 \cdot 10^8/4\pi^2)^{1/3} = 1{,}590 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Sostituendo i valori numerici nella (3) si trova:

$$\Delta E = -\tfrac{1}{2}6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^2 \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27} \cdot (1/8{,}52 \cdot 10^7 - 1/1{,}59 \cdot 10^8) = 3{,}452 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Energia supplementare = ΔE = 3,45 · 10^{10} J

c. Sonda S_2

i) S_2 non è catturata da Giove. In tal caso, alla distanza d_2 l'energia cinetica di S_2 dev'essere maggiore del valore assoluto della sua energia potenziale:

$$E_k(d_2) > |E_p(d_2)| \quad (4)$$

$$E_k(d_2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 100 \cdot 3{,}857^2 \cdot 10^8 = 7{,}438 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$|E_p(d_2)| = GmM/d_2 = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 100 \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27}/2{,}5 \cdot 10^8 = 5{,}069 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

La condizione (4) è verificata.

ii) Modulo della velocità v_2' Dalla conservazione dell'energia meccanica $E_k(d_2') + E_p(d_2') = E_k(d_2) + E_p(d_2)$, da cui:

$$E_k(d_2') - E_k(d_2) = -[E_p(d_2') - E_p(d_2)] = -\Delta E_p$$

(teorema dell'energia cinetica) (5)

dove $\Delta E_p = -GmM/d_2' + GmM/d_2$.

Poiché $d_2' = 2d_2$, $\Delta E_p = +\frac{1}{2}GmM/d_2$, dalla (5), $E_k(d_2') = E_k(d_2) - \frac{1}{2}GmM/d_2$.

Perciò, numericamente,

$$E_k(d_2') = 7{,}438 \cdot 10^{10} - \tfrac{1}{2}5{,}069 \cdot 10^{10} = 4{,}904 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$\text{e } v_2 = (2E_k(d_2')/m)^{1/2} = (2 \cdot 4{,}904 \cdot 10^{10}/100)^{1/2} = \mathbf{3{,}13 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}}$$

---

* A correzione di quanto là affermato, ogni studente è tenuto a risolvere quattro problemi e non tre.

Problema 2 - Sonar

a. Distanza tra le navi D. Scegliendo come $t_0 = 0$ l'istante della simultanea emissione dei due segnali e indicando l'acqua con w e l'aria con a,

$$D = c_W\, t_1 = c_a\, t_2 \qquad (1).$$

Poiché $t_2 = t_1 + \Delta t$,

$$D = c_W\, t_1 = c_a(t_1 + \Delta t), \text{ ovvero } t_1 = c_a\Delta t/(c_W - c_a).$$

Sostituendo nella (1) si trova:

$$\boldsymbol{D} = c_W\, c_a\Delta t/(c_W - c_a) = $$
$$= (1440 \cdot 335 \cdot 0{,}8)/(1440 - 335) = \mathbf{349\ m}$$

b.

i) Profondità del mare h. I sistemi di onde stazionarie relativi alle frequenze f_1 e f_2 devono contare, rispettivamente, k e $k + 1$ massimi di ampiezza. Perciò devono valere contemporaneamente le due uguaglianze:

$$h = \tfrac{1}{2}k\lambda_1 = \tfrac{1}{2}kc_W/f_1 \qquad (2)$$

e $h = \tfrac{1}{2}(k + 1)\lambda_2 = \tfrac{1}{2}(k + 1)\, c_W/f_2$ da cui si ottiene

$$k/f_1 = (k + 1)/f_2 \text{ e } k = f_1/(f_2 - f_1) \qquad (3)$$

da cui $k = 1000/10 = 100$.

Sostituendo l'espressione di k nella (2) si trova

$$h = \tfrac{1}{2}c_W/(f_2 - f_1) \qquad (4)$$

e, numericamente,

$$\boldsymbol{h} = \tfrac{1}{2}(1440/10) = \mathbf{72{,}0\ m}$$

ii) Valore di f_3 Dalla (2)

$$h = \tfrac{1}{2}(k + 2)c_W/f_3 \text{ ovvero } f_3 = \tfrac{1}{2}(k + 2)c_W/h.$$

Sostituendo i dati numerici si trova:

$$f_3 = \tfrac{1}{2}(100 + 2)\cdot 1440/72 = \mathbf{1020\ Hz}$$

Soluzione alternativa: invertendo la (4)

$$h = \tfrac{1}{2}c_W/(f_3 - f_2) \text{ si trova:}$$

$$f_3 = f_2 + \tfrac{1}{2}c_W/h = 1010 + \tfrac{1}{2}1440/72 = 1020 \text{ Hz}.$$

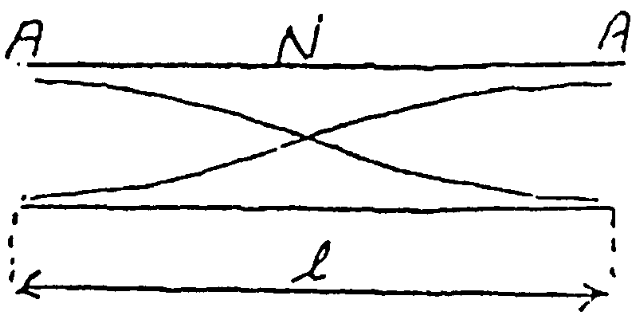

Fig. 1

c. Tubo sonoro

i) Lunghezza minima del tubo. La lunghezza è minima quando è presente un solo nodo di vibrazione spaziale tra due ventri (fig. 1), p.es. quando $l = \lambda/2 = c_a/2f$.

Il valore numerico è:

$$l = 335/2000 = \mathbf{0{,}168\ m} = \mathbf{16{,}8\ cm}.$$

ii) Traccia sull'oscilloscopio (fig. 2). Lo spazio percorso dal segnale sonoro durante un periodo $T = 1/f = 1/10^3$ s = 1 ms è rappresentato sullo schermo dell'oscilloscopio da una traccia la cui lunghezza x sulle ascisse è tale che x cm/1 ms = l cm/0,2 ms, da cui $\boldsymbol{x} = \mathbf{5\ cm}$.

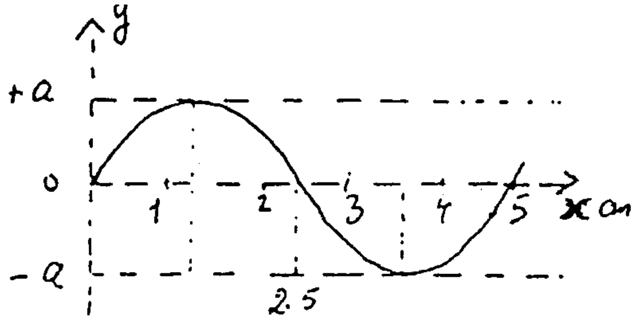

Fig. 2

Problema 3 - L'esperimento di Young

a.

i) La formazione delle frange e l'espressione dell'interfrangia

α Formazione delle frange

S_1 e S_2 diffrangono la luce monocromatica proveniente da S e sono due sorgenti coerenti. Le onde luminose provenienti da S_1 e S_2 interferiscono là dove si sovrappongono. L'interferenza è distruttiva dove le onde sono in opposizione di fase, cioè la differenza di percorso $\delta = S_2M - S_1M = SH = d_2 - d_1 = (2k + 1)\,\lambda/2$, con k intero, producendo l'apparizione di frange buie su E. L'interferenza è costruttiva, invece, nei punti dove $\delta = d_2 - d_1 = k\lambda$ e questo giustifica l'apparizione di frange chiare su E.

β Espressione dell'interfrangia

Si consideri un punto M di E (fig. 3).

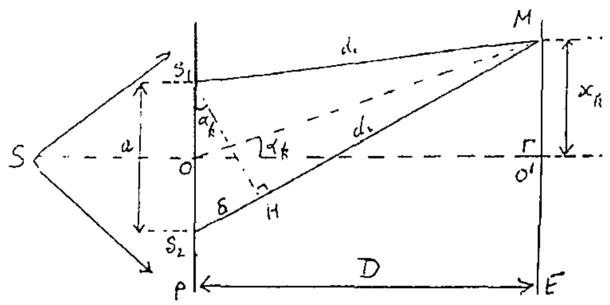

Fig. 3

Nel triangolo rettangolo S_1S_2H:

$$\delta = d_2 - d_1 = a \operatorname{sen}\alpha_k ,$$

$$\text{ovvero } \operatorname{sen}\alpha_k = (d_2 - d_1)/a \qquad (1)$$

Nel triangolo rettangolo MOO′:

$$\operatorname{tg}\alpha_k = x_k/D.$$

Se l'angolo è piccolo, entro le approssimazioni richieste (<5%) $\operatorname{tg}\alpha_k = \operatorname{sen}\alpha_k$, da cui $x_k/D = (d_2 - d_1)/a$ ovvero $d_2 - d_1 = ax_k/D$. Per una frangia chiara situata in M la (1) diventa:

$$ax_k/D = k\lambda \text{ e } x_k = k\lambda D/a.$$

Per i punti M_k e M_{k+1} corrispondenti a frange chiare consecutive, possiamo scrivere rispettivamente $x_k = k\lambda D/a$ e $x_{k+1} = (k + 1)\lambda D/a = k\lambda D/a + \lambda D/a$. L'interfrangia vale

$$\boldsymbol{i} = x_{k+1} - x_k = \boldsymbol{\lambda D/a} \qquad (2)$$

Questa è anche la distanza tra due frange scure consecutive.

Nota: L'espressione (2) si ricava più facilmente applicando il "2° teorema della mediana" che afferma: la differenza dei quadrati di due lati di un triangolo è uguale a due volte il prodotto del terzo lato per la proiezione su quel lato della corrispondente mediana. L'applicazione al triangolo S_1S_2M dà: $d_2^2 - d_1^2 = 2\,ax_k$. Ma $d_2^2 - d_1^2 = (d_2 - d_1)(d_2 + d_1)$. Nei limiti delle approssimazioni del calcolo $d_2 + d_1 = 2D$, per cui $d_2 - d_1 = ax_k/D$....

ii) Valore dell'interfrangia

Sostituendo i valori in (2) si trova:

$$\boldsymbol{i} = 600\cdot 10^{-9}\cdot 0{,}5/(0{,}3\cdot 10^{-3}) = \mathbf{1{,}00\cdot 10^{-3}\ m}$$

iii) Interfrangia nell'acqua

Usando il pedice w per indicare le grandezze relative all'acqua le interfrange sono:

$$\text{in acqua } i_W = \lambda_W D/a$$

$$\text{e in aria } i = \lambda D/a, \text{ da cui } i_W/i = \lambda_W/\lambda \qquad (3)$$

Se f è la frequenza della luce, $\lambda_W = c_W/f$ e $\lambda = c/f$.

La (3) può esser riscritta come $i_W/i = c_W/c$. Poiché $c_W/c = 1/n$, si ottiene

$$\boldsymbol{i_W = i/n} \qquad (4)$$

Sostituendo i valori numerici nella (4):

$$i_W = 10^{-3}/1{,}33 = 0.752\cdot 10^{-3}\text{ m.}$$

$$\boldsymbol{i_W = 0.75\ mm}$$

b. Reticolo R_1

i) Posizioni angolari dei massimi di 1°, 2° e 3° ordine

Se a è il passo del reticolo, i massimi di ordine k sono dati da

$$\operatorname{sen}\alpha_k = k\lambda/a \qquad (5)$$

che è un'espressione analoga alla (1) con $k \in N$. Introducendo i valori numerici,

$$a = 10^{-3}/500 = 2\cdot 10^{-6}\text{ m e } \lambda = 600\text{ nm} = 6\cdot 10^{-7}\text{ m.}$$

La (5) diventa $\operatorname{sen}\alpha_k = k\, 6\cdot 10^{-7}/2\cdot 10^{-6}$, da cui $\operatorname{sen}\alpha_k = 0{,}3\,k$. Gli angoli cercati sono:

per $k = 1$, $\alpha_1 = \mathbf{17{,}5°}$;

per $k = 2$, $\alpha_2 = \mathbf{36{,}9°}$;

per $k = 3$, $\alpha_3 = \mathbf{64{,}2°}$.

ii) Numero di massimi

Poiché

$$-1 \le \operatorname{sen}\alpha_k \le +1 \qquad (6)$$

dalla (5) si ha:

$$-1 \le 0{,}3\,k \le +1 \text{ ovvero } -1/0{,}3 \le k \le +1/0{,}3.$$

Poiché k è un intero, **$-3 \le k \le +3$ e ci sono 7 massimi.**

c. Reticolo R_2: numero di massimi

Poiché $a = 10^{-3}/600 = 10^{-5}/6$ m, la (5) diventa

$$\operatorname{sen}\alpha_k = k\, 6\cdot 10^{-7}\cdot 6/10^{-5} = 0{,}36\,k.$$

La condizione (6) diventa: $-1 \le 0{,}36\,k \le +1$, da cui $-1/0{,}36 \le k \le +1/0{,}36$ ovvero

$$-2{,}8 \le k \le +2{,}8.$$

Perciò **$-2 \le k \le +2$ e ci sono 5 massimi.**

Problema 4 - Spettro dell'atomo d'idrogeno

a. Livelli energetici dell'atomo d'idrogeno

i) Il diagramma dei livelli energetici (fig. 4):

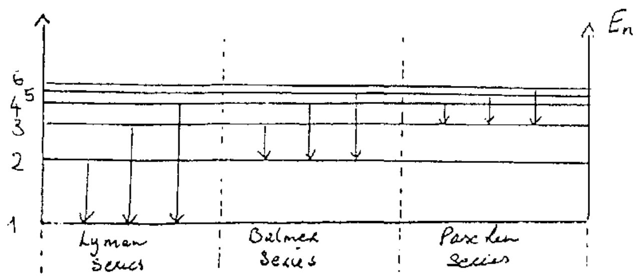

Fig. 4

ii) Collocazione di ciascuna serie nello spettro elettromagnetico

Le serie di Lyman, Balmer e Paschen sono rispettivamente nell'ultravioletto, nel visibile e nell'infrarosso.

iii) Le righe si addensano verso le lunghezze d'onda più corte

Al crescere di n i livelli energetici si avvicinano tra loro. Consideriamo, p.es., la serie di Lyman. Siano $\Delta E_{n,1}$ e $\Delta E_{n+1,1}$ le energie liberate quando un elettrone compie le transizioni dal livello n al livello 1 e dal livello $n + 1$ al livello 1, rispettivamente. Al crescere di n $\Delta E_{n+1,1}$ si accosta sempre più a $\Delta E_{n,1}$ mantenendosene maggiore. Ma $\Delta E_{n+1,1} = h f_{n+1,1} = hc/\lambda_{n+1,1}$ e $\Delta E_{n,1} = hc/\lambda_{n,1}$, perciò la lunghezza d'onda $\lambda_{n+1,1}$, che è un po' minore di $\lambda_{n,1}$, si avvicina gradualmente a $\lambda_{n,1}$ man mano che n aumenta.

Concludendo, le righe si infittiscono nella direzione delle lunghezze d'onda più brevi perché lunghezze d'onda più brevi significano n maggiori e livelli energetici più vicini.

iv) Energie dei tre primi livelli dell'atomo d'idrogeno

L'energia del livello 2, E_2, si trova considerando la transizione dal livello energetico $n = \infty$, $E_n = 0$, al livello 2:

$$E_n - E_2 = hf_{n,2} \text{ ovvero } E_2 = -hf_{n,2} = -hc/\lambda_{n,2}.$$

Inserendo i valori numerici,

$$E_2 = -6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 3{,}646 \cdot 10^{-7} \text{ J} =$$
$$= -5{,}455 \cdot 10^{-19} \text{ J } (-3{,}42 \text{ eV})$$
$$\boldsymbol{E_2 = -5{,}46 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}$$

Analogamente, $E_2 - E_1 = hc/\lambda_{2,1}$ ovvero $E_1 = E_2 - hc/\lambda_{2,1}$. Numericamente,

$$E_1 = -5{,}455 - 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 1{,}215 \cdot 10^{-7} \text{ J} =$$
$$= -21{,}83 \cdot 10^{-19} \text{ J } (-13{,}6 \text{ eV})$$
$$\boldsymbol{E_1 = -21{,}8 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}$$

Inoltre: $E_3 - E_2 = hc/\lambda_{3,2}$ ovvero $E_3 = E_2 + hc/\lambda_{3,2}$. Numericamente,

$$E_3 = -5{,}455 + 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 6{,}522 \cdot 10^{-7} \text{ J} =$$
$$= -2{,}405 \cdot 10^{-19} \text{ J } (-1{,}503 \text{ eV})$$
$$\boldsymbol{E_3 = -2{,}41 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}$$

b. Serie di Balmer: valore di R

La transizione dal livello 3 al livello 2 obbedisce alla legge: $1/\lambda_{n,2} = R(1/2^2 - 1/n^2)$. Perciò

$$R = 1/\lambda_{3,2} \cdot (1/2^2 - 1/3^2) = 36/(6{,}522 \cdot 10^{-7} \cdot 5) =$$
$$= 1{,}10396 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$
$$\boldsymbol{R = 1{,}10 \cdot 10^7\ \mathrm{m}^{-1}}$$

ii) Energia del fotone emesso

Moltiplicando i due membri dell'equazione $1/\lambda_{n,2} = R\,(1/2^2 - 1/n^2)$ per hc si ottiene:

$$hc/\lambda_{n,2} = Rhc(1/2^2 - 1/n^2). \text{ Ma } hc/\lambda_{n,2} =$$
$$= hf_{n,2} = E\,(n \to 2), \text{ da cui:}$$
$$\boldsymbol{E\,(n \to 2) = Rhc\,(1/2^2 - 1/n^2)}$$

iii) Energia del secondo livello

La transizione dall'infinito al livello 2 è espressa come: $E_{n,2} = E_\infty - E_2 = Rhc\,(1/2^2 - 1/\infty)$ ovvero, poiché $E_\infty = 0$, $E_2 = -Rhc/4$. Inserendo i valori numerici,

$$E_2 = -\tfrac{1}{4}(1{,}184 \cdot 10^7 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8) = \boldsymbol{-5{,}49 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}$$

Ritroviamo, con uno scarto di circa 0,6%, il risultato trovato nella domanda **a.** iv).

Problema 5 - Elettroni e campi magnetico e elettrico

a. Accelerazione degli elettroni

i) Espressione di v_0

Applicando il teorema dell'energia cinetica all'elettrone otteniamo che, tra la sua emissione dal catodo e il suo arrivo all'anodo:

$$\tfrac{1}{2} m v_0^2 = -e(V_C - V_A) = e(V_A - V_C) = eU_0$$
$$\text{e } v_0^2 = 2\,eU_0/m \qquad (1),$$

da cui

$$\boldsymbol{v_0 = (2eU_0/m)^{1/2}} \qquad (2)$$

ii) Valore di v_0

Sostituendo i valori numerici nella (1) si trova:

$$v_0^2 = 2(1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^2)/(9{,}11 \cdot 10^{-31}) = 1.054 \cdot 10^{14} \quad (3)$$

da cui:

$$v_0 = 1{,}027 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}.$$
$$\boldsymbol{v_0 = 1{,}03 \cdot 10^7\ \mathrm{m\ s^{-1}}}$$

b. Gli elettroni nel campo magnetico

i) Espressione di B

La seconda legge di Newton $\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ applicata all'elettrone dà: $-e\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} = m v_0^2 / R\,\mathbf{u}$ (fig. 5).

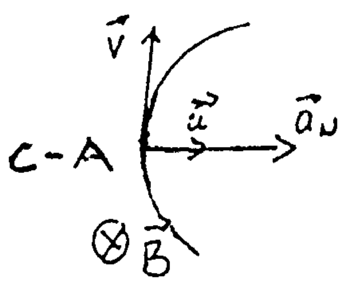

Fig. 5

In modulo,

$$evB_0 = m\,v_0^2/R \text{ da cui } B = m\,v_0/eR \qquad (4)$$

Sostituendo il valore di v_0 dalla (2),

$$B = (m/eR)\cdot(2eU_0/m)^{1/2} = \mathbf{(2\,mU_0/e)^{1/2}/R} \qquad (4')$$

ii) Valore di B

Dalla (4'):

$$B = (1/0{,}1)\cdot(2\cdot3\cdot10^2\cdot9{,}11\cdot10^{-31}/1{,}6\cdot10^{-19})^{1/2} = \mathbf{= 5{,}84\cdot10^{-4}\ T}$$

iii) Espressione dell'energia cinetica

Dalla (4):

$$v_0 = BeR/m.$$

L'energia cinetica $E_k = ½mv_0^2 = \mathbf{B^2e^2R^2/2m}$.

iv) Motivo della costanza del modulo della velocità

La forza di Lorentz $F = -ev\times B$ è una forza centripeta: modifica la direzione ma non il valore della velocità perché non possiede una componente nella direzione di v. La velocità dell'elettrone cambia dunque direzione ma mantiene lo stesso modulo v_0.

Altro procedimento: La potenza $P = F\cdot v$ è nulla, perciò l'energia cinetica $½mv_0^2$ è costante, da cui la costanza di v.

Nota: In generale una particella carica di massa non trascurabile può essere accelerata da un campo elettrico E o da un campo gravitazionale G o contemporaneamente da entrambi.

c. L'equazione della traiettoria dell'elettrone nel campo elettrico E

Sia $t = 0$ nell'istante in cui l'elettrone arriva in O. In O la legge di Newton $\Sigma F = ma$ dà $\Sigma F = -eE$, da cui

$$a = -eE/m \qquad (5)$$

Dalla (5) derivano, per le componenti scalari nelle direzioni degli assi Ox e Oy,

$$a_x = 0 \quad v_x = v_0 \quad x = v_0 t \qquad (6)$$

$$a_y = eE/m \quad v_y = eEt/m \quad y = ½eEt^2/m \qquad (7)$$

Sostituendo dalla (6) il valore di $t = x/v_0$ nella (7) si ottiene:

$$y = ½eEx^2/mv_0^2$$

Problema 6 - Radioattività indotta da cattura elettronica

a Bombardamento del berillio con elettroni

Valori di A e Z

Avviene la reazione: ${}_4^7Be + {}_{-1}^0e \rightarrow {}_Z^ALi + \nu$

Poiché il numero di massa si conserva, A = 7. Poiché il numero atomico si conserva, Z = 4 – 1 = 3. Perciò il nuclide è ${}_3^7Li$.

ii) Energia liberata nella reazione

L'energia liberata è $\Delta E = E_{Li} - (E_{Be} + E_e)$ da cui, sostituendo i valori numerici:

$$\Delta E = [7{,}0143590u - (7{,}0147355u + 0{,}0005486u)]\cdot c^2 = = -0{,}0009251u\cdot c^2.$$

Poiché 1u = 931,5 MeV/c^2, ΔE = –0,0009251·931,5 MeV = –0,8617 MeV.

L'energia liberata è:

$$E_l = -\Delta E = \mathbf{0{,}862\ MeV} \qquad (1)$$

iii) Velocità del nucleo di litio

Il nucleo di litio porta via con sé l'energia:

$$E = 0{,}071E_l = 0{,}071\cdot0{,}8617\cdot10^6\cdot1{,}6\cdot10^{-19}J = = 9{,}789\cdot10^{-15}J$$

sotto forma di energia cinetica E_k, perciò:

$$E_k = E - 1/2m\,v^2 \text{ e } v = (2E/m)^{1/2}.$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$v = [2\cdot9{,}789\cdot10^{-15}/(7{,}014359\cdot1{,}66\cdot10^{27})]^{1/2} = = 1{,}297\cdot10^6\ m\,s^{-1}.$$

$$\mathbf{v = 1{,}30\cdot10^6\ m\,s^{-1}}$$

b. Massa del campione di berillio dopo un anno

Si applica la legge del decadimento radioattivo,

$$m = m_0e^{-\lambda t} \qquad (2).$$

Utilizzando la definizione del tempo di dimezzamento T, la (2) diventa:

$$½ = e^{-\lambda T}, \text{ ovvero } \ln2 = \lambda T \text{ e } \lambda = \ln2/T.$$

La (2) può ora essere riscritta come:

$$m = m_0e^{-(\ln2)\,t/T},$$

oppure, sostituendo i valori numerici:

$$m = 2{,}5\cdot10^{-6}\cdot e^{-(\ln2)\cdot365{,}25/53{,}6} = \mathbf{2{,}22\cdot10^{-8}\ kg}$$

c. Nuclei di berillio che decadono ogni secondo nel Sole

L'energia liberata ogni secondo nella reazione è:

$$W = ½0{,}032\cdot3{,}83\cdot10^{26}/1{,}6\cdot19^{-19}\ eV = 3{,}83\cdot10^{43}\ eV.$$

Ma $n = W/E_l$ perciò, utilizzando la (1),

$$n = 3{,}83\cdot10^{43}/0{,}8617\cdot10^6 = \mathbf{4{,}44\cdot10^{37}}.$$