Carlo Bernardini

Tutto quello che avreste voluto sapere sulla fisica e non vi è mai stato detto

Elucubrazioni didattiche a sfondo storico-epistemologico-neopositivista che dovrebbero – con quel poco che si può avere a scuola e che dovrebbe essere cultura comune – aiutare i non fisici a capire che cosa fanno i fisici (e se ne vale la pena)

Quella che segue va intesa come una "scaletta ragionata" di un programma di insegnamento secondario da sviluppare. È concepita nella convinzione che il materiale contenuto nei libri di testo correnti sia organizzato come se si trattasse di "manuali di istruzioni per l'uso": un errore gravissimo, che distrugge in un colpo il contenuto culturale della disciplina. Attraverso il recupero di storie e di significati, è certamente possibile cambiare rotta alla didattica: ma bisogna provarci con convinzione. Aggiungo titoletti (inessenziali) per dare una scansione più chiara: purtroppo, la maggior parte di ciò che elenco non fa parte del bagaglio ben digerito dei neo-laureati e richiede perciò uno sforzo di "studio" su testi più completi. Questo è solo un quadro d'insieme, ordinato con un criterio ibrido che non è né quello storico né quello dei curricula di formazione tradizionali.

1. Analisi della realtà

1.1 *I padri: Galilei e Newton inventano una "filosofia della natura" e il suo linguaggio*

Sulla scala dei tempi della fisica, due o trecento anni sono "tanto tempo fa". Allora, tante altre cose erano già molto avanti, la filosofia, la musica, la pittura, la poesia, ma la fisica no[1]. Galilei aveva appena incominciato a mettere ordine nel modo di osservare e ragionare; Newton e Leibniz avevano dovuto inventarsi la matematica adatta per esprimere certi pensieri che nascevano osservando il mondo. Di lì in poi, le cose hanno incominciato a galoppare, a prodursi sempre più rapidamente[2]: un linguaggio potente stava traducendo i fenomeni in "universi mentali" semplificati, rappresentazioni potentemente interpretative e predittive che davano un senso nuovo a una realtà caotica che si presentava e si presenta ancora oggi tutt'insieme, addobbata di particolari e fronzoli superflui ai nostri occhi. Senza dubbio un principio organizzatore stava semplificando il modo umano di pensare al mondo e si era messo a lavorare quasi "da solo" in alcune menti predisposte, quelle – in verità non molto frequenti – guidate da elementi di plausibilità e di razionalità. Filosofia vuole che non si accettino parole come "plausibilità" e "razionalità" come comprensibili per puro sentito dire (meno che mai "verità", un concetto asintotico, assoluto, che non ammette incrinature: o vero o falso): ma è proprio nel prendere coscienza di ciò che è plausibile e razionale nella conoscenza del mondo che Galilei ha trovato il suo ruolo di Padre della Scienza Moderna.

---

1 Purtroppo, con conseguenze, a volte, di lunga durata, p. es.: M. M. Cirkovic, *Resource Letter PEs-1: Physics Eschatology,* Am. J. of Physics, **71**, 2003, 122; E. Scerri, *Eastern mysticism and the alleged parallel with physics,* Am. J. of Physics, **57**, 1989, 687. Vedi anche: I. Langmuir, *Pathological Science,* Physics Today, oct. 1989, 36.

2 Per un riferimento generale importante, cf. il quaderno n° 14 di "La Fisica nella Scuola": *La storia della scienza come base per la formazione dell'intellettuale scientifico*; ottobre-dicembre 2002.

1.2 *Dall'osservazione all'intuizione. Ripulire dal superfluo*

Come stanno allora le cose? Oggi possiamo partire dall'osservazione di come ragiona un buon fisico contemporaneo e, se vogliamo stupirci (non c'è niente di male e, anzi, apre una speranza emozionante che non guasta), possiamo partire dalla storia di alcuni individui capaci di intuizioni geniali che solo in un secondo momento si riducono a proposizioni esplicite nel linguaggio appropriato alla scienza[3]. La grande capostipite di queste intuizioni è senza dubbio il "discorso della nave" nella giornata seconda del *Dialogo dei Massimi Sistemi*[4], che segna la nascita del principio di relatività. Ma, di lì in poi, si sviluppa una potente "epistemologia tacita" che resta nel modo spontaneo di argomentare di ogni fisico; in poche parole, si tratta di questo: la realtà è popolata di oggetti ed eventi che si sviluppano nel tempo, che generalmente risultano appesantiti da elementi che influenzano assai poco i fenomeni osservati.

1.3 *I meccano dei sistemi isolati: pezzi autonomi di realtà*

Riconoscere ed eliminare questa ridondanza è una delle operazioni più fruttuose, perché consente di identificare sistemi fisici semplici, che chiamiamo "isolati"[5] perché il loro comportamento fa sì che sembrino indipendenti da tutti gli altri sistemi esistenti nell'universo, come se fossero i soli. Senza questa opportunità, la fisica non sarebbe stata possibile nella sua versione attuale. Questo si estende alla termodinamica, come molti hanno proposto secondo il motto di Jean Perrin[6]: "spiegare il visibile complicato mediante l'invisibile semplice", cioè mediante gli atomi[7].

1.4 *Trial and error. Procedere per approssimazioni successive*

Naturalmente, questo è plausibile solo entro certe condizioni di separazione e in una certa approssimazione sufficiente alle misure, ma già in quelle condizioni e in quella approssimazione riusciamo a capire cose che ci permettono, poi, di correggere le piccole imperfezioni della rappresentazione. Nel moto dei pianeti nel sistema solare, per esempio, scopriamo la legge di gravitazione universale analizzando i singoli sistemi pianeta-Sole come se fossero gli unici oggetti esistenti; ma ciò che impariamo – e il modo in cui impariamo a usarlo – ci consentono, poi, di correggere l'analisi *a posteriori* tenendo conto della presenza degli altri pianeti, dei loro satelliti e così via. È ciò che François Jacob chiama[8] la proprietà di "generalizzabilità" delle formulazioni scientifiche; proprietà che gli altri modi di pensare non hanno nello stesso modo e con la stessa efficacia.

1.5 *La legge più semplice è: "Questa grandezza non cambia nel tempo"*

I sistemi isolati, in quanto tali, offrono una descrizione molto comprensibile in termini di quantità conservate: e questo è un grosso passo avanti, elementarmente comprensibile perché connaturato all'assenza di apporti esterni.

---

3 C. Bernardini, S. Tamburini, *Le idee geniali*, Dedalo, 2005.

4 G. Galilei, *Dialogo sopra i Massimi Sistemi del Mondo*, giornata seconda ("Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza…").

5 R. M. F. Houtappel, H. van Dam, E. P. Wigner, *The Conceptual Basis and Use of Geometric Invariance Principles,* Rev. of Mod. Physics, **37**, 1965, 595.

6 J. Perrin, *Gli atomi*, Editori Riuniti, 1981.

7 F. Reif, *Thermal Physics in the introductory physics course: Why and how to teach it from a unified atomic perspective*, Am. J. of Physics, **67**, 199, 1051.

8 F. Jacob, *Il gioco dei possibili*, Mondadori (1983).

1.6 *Come è fatta la copia mentale di un sistema fisico?*

Ciascun sistema, poi, è generalmente rimpiazzato, nella sua descrizione scientifica, da uno o più "simulacri" equivalenti, di cui la storia ci racconta la nascita sotto la spinta (quasi metafisica) del desiderio di generare risultati a partire da qualche suggestiva proprietà nascosta, come i principi variazionali di minimo (p. es., il principio di Fermat o quello di Maupertuis). Ed ecco le formulazioni Lagrangiana e Hamiltoniana, dal nome degli ideatori delle funzioni delle variabili rilevanti (variabili canoniche) che fanno da simulacri in due rappresentazioni comunemente usate ed equivalenti.

1.7 *Ogni oggetto si riconosce per le regolarità del suo aspetto: simmetrie*

In quei simulacri, le proprietà peculiari che nella consuetudine chiamiamo "simmetrie" vengono rese palesi e finiscono con il produrre, attraverso il lavoro di Amalia (Emmy) Noether[9], quelle quantità conservate così preziose nella comprensione della realtà. Ma siamo già al primo ventennio del ventesimo secolo, molto avanti nel tempo, in una zona del sapere a cui la didattica elementare arriva a fatica.

1.8 *Uno spazio pieno d'altro tra i corpi materiali*

Nel frattempo, per costruire una descrizione adeguata di quelle "cause" che generano gli "effetti" osservati, si sono introdotte rappresentazioni utilissime del modo in cui i corpi comunicano tra loro: i campi, invisibili perché immateriali benché percepibili perché generatori di azioni fisiche. I campi hanno, in un linguaggio che è palesemente preso in prestito dal mondo dei liquidi, le loro "sorgenti" da cui sprizzano come linee infinite che non si intersecano, come filetti fluidi.

1.9 *Ci sono campi che si liberano della sorgente?*

Ma, pur accompagnando le sorgenti senza staccarsene, quando descrivono una forza che si trasmette a corpi distanti, in certe condizioni, se le sorgenti sono sottoposte a accelerazioni ("scossoni"), possono distaccarsene diventando autonomi campi di radiazione che se ne vanno all'infinito dimenticando che cosa li ha generati; ma, ciò facendo, si portano via energia e quantità di moto, determinando così una situazione che, per la sorgente, appare "dissipativa". Tuttavia, le sorgenti più i loro campi, anche quelli che esse perdono come radiazione, rappresentano ancora "sistemi isolati", nel loro complesso, sicché si possono continuare a descrivere come un tutt'uno mediante simulacri classici: *lagrangiane* o *hamiltoniane*.

1.10 *Ingredienti di sistemi fatti di corpi materiali più radiazioni*

Però, per arrivare a tanto, dobbiamo imparare a riconoscere come sono fatti i pezzi dei sistemi: se i punti materiali sono gli ingredienti di base dei sistemi dinamici, le "onde sferiche uscenti" da una sorgente puntiforme sono gli elementi minimi dei campi di radiazione. Anche qui, le analogie con i fluidi suggeriscono immagini utili: anche chi non la ha mai vista, non stenta a credere che una esplosione subacquea di profondità genera un'onda di pressione che appare come una sfera in espansione attorno al punto dell'esplosione; se non altro

---

[9] H. A. Kastrup, *The contribution of Emmy Noether* [...], in "Proc. of the 1st Int. Meeting on the History of Scientific Ideas, Barcelona 1987; *Emmy Noether, genio trasandato,* di L. Bonolis in "Sapere", giugno 2000.

come generalizzazione tridimensionale delle onde circolari create da un sasso che cada in uno stagno. È evidente, anche, che l'onda di pressione sta portando via l'energia prodotta nell'esplosione dal punto in cui è stata generata: la dissipa nel fluido circostante. Aiutandosi, senza esagerare, con queste analogie, si possono capire fenomeni di radiazione molto diffusi in ambito "classico", cioè quello della fisica capìta fino alla fine dell' '800. Sembra quasi che, usando punti materiali e onde sferiche uscenti da sorgenti puntiformi come i pezzi di un "meccano mentale" possiamo ricostruire tutti i fenomeni osservati: e proprio questa era la segreta speranza dei fisici all'alba del '900[10].

1.11 ***I limiti della fisica "classica"***

Oggi diciamo che tutto ciò che si può interpretare con questo meccano appartiene a un filone di pensiero che si può chiamare "realismo classico". È la comparsa traumatica di elementi non riconducibili a questo meccano che segna la transizione dal realismo classico alla "fisica moderna": il quadro fenomenologico disponibile all'inizio del '900 contiene elementi non interpretabili in quelle rappresentazioni. Tutto ciò avviene in concomitanza sia con la "scoperta" degli atomi e delle loro proprietà individuali, sia con la "scoperta" dell'Universo nelle sue dimensioni reali. I grandi cambiamenti prendono il nome di relatività e di quantizzazione; ma non si possono apprezzare se non come modificazioni del meccano precedente. Perciò, lo studio delle rappresentazioni concrete del realismo classico è una premessa indispensabile per lo studio della fisica moderna. Ma solo una premessa.

2. La fenomenologia

2.2 ***Come analizziamo ciò che osserviamo***

In un certo senso, la fenomenologia ha un forte connotato "classificatorio"; è un po' come l'anamnesi in medicina. Dice soprattutto a quale categoria di fenomeni appartiene l'evento in studio: ma il criterio adottato è un po' simile all'attribuzione di una parentela (con una certa parte della fisica) e non semplicemente l'appartenenza a una specie generale (la fisica). Naturalmente, perciò, lo dice non tanto collocandolo in categorie molto generali (biofisica, astrofisica, fisica nucleare, ecc.) quanto in subcategorie molto specifiche delle categorie generali anzidette. Per esempio: idrodinamico, gravitazionale, elettromagnetico, termodinamico, stocastico, ecc. Il riconoscimento avviene attraverso la constatazione del manifestarsi di certe modalità peculiari: la periodicità o la non-periodicità, il comportamento caotico, la risposta di particolari sistemi (antenne, rivelatori, termometri, elementi fotosensibili, ecc.).

2.3 ***Le cose che impariamo, le impariamo dalle misure***

In genere, gli strumenti di rilevamento la dicono lunga sulla categoria a cui il fenomeno appartiene e, quindi, sulla fenomenologia da adottare. La fenomenologia "classica" offre risposte per sistemi di dimensioni decisamente più grandi di quelle atomiche e più piccole di quelle dell'universo.

2.4 ***Un'enorme diversità di oggetti***

La fenomenologia adatta alla fisica moderna estende perciò il modo di ragionare proficuamente su un enorme intervallo di ordini di grandezza, che va dalle dimensioni subnucleari (10^{-16} m) al raggio dell'universo (10^{25} m), dal microsco-

---

10 R. Mc Cormack, *Pensieri notturni di un fisico classico*, Editori Riuniti, 1990.

pico al cosmico. Di questo intervallo, la fisica classica copre bene, grosso modo, solo la parte che va da 10^{-6} m a 10^{14} m (dalle dimensioni di una cellula a quelle del sistema solare): è ciò che si chiama il "macroscopico". Analoghe considerazioni valgono per le scale dei tempi, che si ottengono da quelle spaziali dividendole per la velocità della luce. È un utile esercizio didattico fare una tabella in cui si incasellano, in ordine di potenze di dieci, oggetti e fenomeni a seconda dell'estensione spaziale o dei tempi caratteristici.

2.5 *Le "grandezze" sostituiscono gli "oggetti": nasce un linguaggio*

Nonostante i suoi limiti, la fenomenologia classica è una grande produttrice di linguaggi proposizionali adatti alla realtà nelle sue manifestazioni e d'uso generalizzabile. La relatività userà le nozioni di energia, momento e massa sebbene in una accezione un po' diversa; la meccanica ondulatoria userà le nozioni di ampiezza d'onda, diffrazione, propagatore ma associandole a corpi che non godevano di queste descrizioni nella fisica classica; si esporteranno *lagrangiane*, *hamiltoniane*, la nozione di stato, in descrizioni matematicamente più astratte.

2.6 *Al limite, la fisica classica è ancora buona da usare*

Bisognerà considerare la fisica classica come un limite della fisica moderna; uno strano limite, perché nella fisica moderna compariranno le cosiddette costanti universali e si tratterà di farle scomparire con rigorosa cautela, con effetti interpretativi molto pesanti da accettare nell'intuizione.

2.7 *Unificando si semplifica: raggi e traiettorie*

Tutto ciò avrà dei precursori che apriranno la strada alle novità più sconvolgenti: per esempio, il passaggio dall'ottica ondulatoria all'ottica dei raggi con la tecnica dell'iconale; la fenomenologia di Lorentz con le sue trasformazioni che anticipano la relatività di Einstein. Tutto questo è storia, un po' dimenticata nella didattica, benché assai illuminante: pochi sanno che la matematica delle traiettorie in campi di forze conservativi è identica a quella di raggi luminosi in mezzi dispersivi non omogenei[11] (potenziali $\leftrightarrow$ indici di rifrazione). Ma per chi è ben equipaggiato con la meccanica analitica del punto e con la rappresentazione delle onde sferiche uscenti da una sorgente puntiforme, il terreno è spianato e si tratta solo di usare in modo nuovo vecchi arnesi della teoria.

2.8 *I matematici non sembrano interessati all'intuizione fisica*

Vale perciò la pena di impadronirsi di questi vecchi arnesi attraverso la storia dei concetti introdotti per l'uso che se ne sarebbe fatto in fisica. Tutte le secolari diatribe tra fisici e matematici nascono da questa domanda: da dove sono nate le idee importanti della matematica moderna? La risposta dei matematici è ovviamente che la vera matematica è autosufficiente[12]; ma per i fisici, i quesiti posti dalla realtà naturale hanno problemi interpretativi che travalicano le possibilità della matematica dei matematici.

---

11 Cf. p. es.: J. Evans, M. Rosenquist *"F = ma" optics*, Am. J. of Physics, **54**, 1986, 876; J. Evans, *The ray form of Newton's law of motion,* Am. J. of Physics, **61**, 1993, 347.

12 G. H. Hardy, *Apologia di un matematico*, Garzanti, 1989.

3. Tappe storiche

3.1 *Obiettivi e gergo della meccanica matematizzata*

La storia della meccanica analitica è abbastanza facilmente reperibile[13] e relativamente comprensibile: i primordi sono esplicitati con notazioni così diverse dalle attuali che spiazzano un po' anche l'esperto[14]. Una storia dell'evoluzione delle notazioni usate dai fisici meriterebbe un certo interesse: c'è sotto uno sforzo di rendere intelligibili le strutture formali dotate di significati concreti che denota una estensione del significato della parola intuizione veramente notevole; le notazioni di H. Minkowski sono, da questo punto di vista, sbalorditive, per esempio per ciò che riguarda l'identificazione e la costruzione di invarianti relativistici. Comunque, è una storia strettamente legata a quella delle equazioni differenziali ordinarie del second'ordine: in omaggio al fondamento-principe newtoniano, $F = ma$, divenuto ormai un luogo comune simbolico. Le nozioni chiave sono quelle di "grado di libertà", di "spazio delle fasi" e di "condizioni iniziali". Sono nozioni alla fin fine banali che però richiedono una certa consuetudine per entrare nell'uso personale. I nomi non sono azzeccatissimi: libertà? E di che? E le fasi? E che vuol dire iniziale? Ebbene, il sistema può effettuare spostamenti lungo tre coordinate che non sono necessariamente tre assi cartesiani ortogonali: può traslare e ruotare, oscillare e allontanarsi indefinitamente. A ogni opportunità di movimento corrisponde un grado della libertà di cui il sistema gode: di andarsene a spasso nello spazio delle fasi, in cui è un punto a rappresentarlo, con una posizione e una velocità (una quantità di moto) per ogni grado di libertà. Dunque, un punto materiale in uno spazio ordinario tridimensionale viaggia in uno spazio delle fasi a 6 dimensioni. Se i gradi di libertà sono N, le dimensioni dello spazio delle fasi sono $2N$. La parola "fasi" può sembrare misteriosa in questo contesto, ma probabilmente viene dalla meccanica statistica di J.W. Gibbs. Le variabili di posizione e di quantità di moto (generalizzate) associate a ogni grado di libertà si chiamano "variabili canoniche coniugate" solo per sottolineare solennemente che possono essere diverse dalle scelte cartesiane ingenue: una coordinata rettilinea è coniugata a una quantità di moto ordinaria ma una variabile angolare è coniugata a un momento angolare. Ma il gergo non è poi più gravoso di così. Lo spazio delle fasi rappresenta il luogo delle posizioni e velocità accessibili al sistema: il sistema può incominciare a muoversi a partire da ogni punto di esso dove può essere portato in qualunque momento per costituire una "condizione iniziale".

3.2 *Tutto accade in modo più trasparente nello spazio delle fasi*

Il fatto che, come spazio delle condizioni iniziali accessibili alle variabili canoniche coniugate, lo spazio delle fasi abbia $2N$ dimensioni testimonia solo del fatto che l'equazione ($F = ma$) è un'equazione differenziale ordinaria del secondo ordine in N incognite e perciò ha bisogno di due costanti di integrazione per ogni incognita (le condizioni iniziali).

3.3 *Che tempo usiamo?*

Iniziali? Sì, ogni istante è buono per osservare un sistema che incomincia a muoversi: i sistemi isolati non hanno nemmeno un orologio esterno, "assoluto"

---

13 Truesdell, C. A., *An Introduction to the History of Structural Mechanics*, 2 volumes. New York: Springer-Verlag, 1991.; G. Maltese, *La storia di «F = Ma». La seconda legge del moto nel XVIII secolo*. Firenze, Olschki, Biblioteca di «Nuncius», 1992.

14 Cf. p. es. la mirabile discussione a più voci nella sezione "Questions and Answers" dell'Am. J. of Physics, **65**, 1997, 1037-1039: *Are there pictorial examples that distinguish covariant and contravariant vectors?*, nata da una domanda di D. E. Neuenschwander a pg. 11 dello stesso volume.

con cui determinare il tempo e possono usare orologi convenzionali che misurano quanto tempo è passato da un istante t_0 scelto arbitrariamente come origine ($t_0 = 0$).

3.4 *A caccia di significati: giocare con le variabili per sceglierle*

Se è lecito parlare con disinvoltura semplificatrice di queste cose, il lavoro principale dei meccanici analitici (e meccanici razionali) è stato quello di "assaggiare" un enorme numero di cambiamenti di variabili, con l'intento di trovare variabili con proprietà più semplici di quelle usate (p. es., coordinate cartesiane e quantità di moto ad esse associate) per fare il primo ritratto del sistema in esame. È veramente un po' come passare dalla pittura realista, figurativa, che imita la fotografia, alla pittura cubista o espressionista in cui si evidenziano altri caratteri senza preoccuparsi della stretta somiglianza. La teoria delle trasformazioni canoniche ha avuto un grande successo e ha permesso poi generalizzazioni importanti nella fisica moderna[15].

3.5 *Dalle descrizioni archeologiche a quelle più complete di proprietà notevoli*

Sta di fatto che la meccanica è passata lentamente dalle primitive descrizioni di "linee orarie" (variabili di posizione in funzione del tempo) e di "traiettorie" o "orbite" (linee nello spazio, di cui le linee orarie sono possibili rappresentazioni parametriche) alla descrizione mediante curve, nello spazio delle fasi, giacenti su ipersuperfici caratteristiche di costanti del moto.

3.6 *Determinismo e caos*

I sistemi dinamici, di cui è inevitabile che le variabili descrittive siano conosciute con qualche errore, saranno localizzati inizialmente entro un volumetto dello spazio delle fasi. Se, nel corso dell'evoluzione temporale, l'estensione di quel volumetto resta contenuta, si dirà che il sistema è "insensibile alle condizioni iniziali" e il moto si caratterizzerà come "deterministico". Ma se le traiettorie nello spazio delle fasi si divaricheranno, sicché il volumetto si espanderà nel tempo e non sarà possibile predire con accuratezza dove il sistema va a finire (sempre nello spazio delle fasi) il moto sarà detto caotico: le equazioni del moto ($F = ma$) appaiono, sì, deterministicamente predittive, ma ciò che veramente accade è simile, di fatto, all'imprevedibilità del caos.

3.7 *Le virtù dell'oscillatore armonico*

Il problema meccanico più felicemente abbordabile resta quello dei sistemi rappresentabili con "oscillatori lineari accoppiati", cioè punti materiali legati tra loro con forze elastiche: questi sistemi sono riducibili a una somma di oscillatori indipendenti, detti "modi normali"[16] (di oscillazione: *sottinteso*) che corrispondono a movimenti coerenti di più punti del sistema. Questi modi normali oscillano su frequenze caratteristiche che non è difficile calcolare.

3.8 *Che freddo che fa sulla terra! Tutto è quasi "congelato"*

Il motivo per cui questa rappresentazione dei sistemi fisici con reti di oscillatori accoppiati è così frequentemente usata è che, sulla superficie terrestre, viviamo in condizioni molto prossime allo zero assoluto di temperatura: in queste condizioni, gli atomi componenti i corpi stanno "accucciati" vicino a posizioni di equilibrio, perché non hanno l'energia necessaria per muoversi da lì. In quelle condizioni, quando fanno piccoli spostamenti percepiscono forze elastiche e si comportano

---

15 Un testo eccellente è quello di I. Percival, D. Richards, *Introduction to Dynamics,* Cambridge U. P., 1982.

16 E. T. Whittaker, *A Treatise on the Analytical Dynamics of Particles and rigid Bodies*, Dover 1937.

come oscillatori accoppiati perché l'equilibrio è determinato dalla posizione degli atomi vicini. In una stella, i modi normali sarebbero ben poco utili: troppo caldo!

3.9 *Matematica al nostro servizio*

Meno facilmente reperibili sono le creazioni iniziali che hanno reso operativo il linguaggio della teoria dei campi, in particolare, dei campi di radiazione. La difficoltà è probabilmente legata al fatto che ogni campo ha una sorgente, e la sorgente idealmente più semplice è, di nuovo, un corpo puntiforme dotato di opportune qualità generatrici (massa, carica elettrica, momento magnetico, ecc., eventualmente variabili); ma di quella sorgente puntiforme serve, ora, una densità: e come diavolo si fa a rappresentare la densità di una massa puntiforme? Le funzioni generalizzate nasceranno piuttosto tardi: la cosiddetta "delta di Dirac", oggetto ripugnante per i matematici, sarà una conquista sudatissima dei primi anni '30 del 1900. Ma una grande conquista: combinata con l'analisi di Fourier, diventerà la chiave di volta della matematica dei fisici teorici. Aveva avuto i suoi precursori nelle rappresentazioni delle cosiddette "sollecitazioni impulsive", accelerazioni enormi di brevissima durata, tali da dare variazioni finite di velocità: anche gli ingegneri erano interessati al comportamento dei sistemi sotto impulso, detto efficacemente "comportamento balistico". Ma ci volle P.A.M. Dirac[17] per trovare la disinvoltura di dare le regole d'uso della delta, che giustamente prese il suo nome.

3.10 *I matematici mostrano segni di (rigorosa) insofferenza*

Poi, l'inglese Lighthill[18] costruì un apparato formale che poteva soddisfare e tranquillizzare ogni fisico, ma per placare i matematici ci volle la compiacente "teoria delle distribuzioni" di Schwartz[19], che di nuovo copriva la vicenda di oscuro rigore: il *Bourbakismo** stava spegnendo le luci sulla festa dell'intuizione, e c'era chi ci campava.

3.11 *Un mugnaio dice pane al pane*

Comunque, tornando indietro nel tempo, il meglio della descrizione dei campi di radiazione, quasi a sciogliere la promessa fatta tanti anni prima con il suo celeberrimo principio da Christian Huyghens, lo dobbiamo a un mugnaio inglese, matematico dilettante, George Green (Sneinton, 1793-1841), che inventa la "funzione di Green", che 200 anni dopo genererà la nozione efficacissima di "propagatore" che permetterà una rappresentazione mediante freccette e vermicelli tra le più intuitive del mondo, capace anche di risolvere le incongruenze del cosiddetto "principio di azione e reazione" o "terzo principio della dinamica" di Newton (con calma, arriveremo ai diagrammi di Feynman a tempo debito).

---

[17] P. A. M. Dirac, *The principles of Quantum Mechanics,* Oxford U. P. 1930, part. §§ da 15 a 20; ed. italiana: Torino, Boringhieri, 1954.

[18] M. J. Lighthill, *Fourier Analysis and Generalised Functions,* 1958 – Cambridge U.P.; per un'altra "campana", v. p. es. di D. C. Struppa, su "Lettera Pristem", **17**, 1995 e **19-20**, 1996.

[19] L. Schwartz, *Théorie des distributions*, Hermann, Parigi, 1966.

* Da Nicolas Bourbaki, pseudonimo collettivo sotto il quale, dal 1933, lavora un gruppo di matematici, per lo più francesi, ex alunni dell'École Normale Supérieure, detti "bourbakisti". A partire dal 1935 e sostanzialmente fino al 1983, il gruppo scrisse una serie di libri per l'esposizione sistematica di nozioni della matematica moderna avanzata. Con questa operazione scientifica il gruppo aveva l'obiettivo di fondare l'intera matematica sulla teoria degli insiemi attraverso testi che fossero il più possibile rigorosi e generali. Nel corso di questa attività furono introdotti nuovi termini e nuovi concetti che hanno avuto un'influenza importante nella matematica del XX secolo.
La scelta del nome dato al gruppo, avvenuta per scherzo, sembra sia riconducibile al cognome del generale francese dell'Ottocento di origine greca Charles Denis Bourbaki (Nota della Redazione).

4. Il miracolo della linearità: oscillatori armonici & Co.

4.1 *Per fortuna, la matematica dei fisici è anche leggibile e suggestiva*

La "linearità" della matematica più importante è una manna del cielo. Spesso, non è correttamente definita e viene confusa con proprietà banali. Dico esattamente di cosa si tratta, in generale: supponete di avere un sistema fisico e di sollecitarlo con un qualche tipo di sollecitazione esterna ("input") x. Il sistema "risponde" con un segnale in uscita ("output"): chiamiamolo y. Questo segnale è il risultato di una trasformazione, diciamo T, che il sistema produce sulla sollecitazione in ingresso.

4.2 *Come sarebbe, in formule?*

Scriveremo in generale $y = T\otimes x$ indicando con $\otimes$ il tipo di operazioni che il sistema esegue su x. T è un "operatore di trasformazione" che opera secondo le regole di calcolo indicate con $\otimes$. Se accade che per due diversi imput x_1 e x_2 il sistema risponda con due output y_1 e y_2, ma che inoltre, all'input composito corrispondente alla sovrapposizione $x_1 \oplus x_2$ la risposta sia $y_1 \oplus y_2$, allora diremo che il nostro sistema è lineare. Il simbolo $\oplus$ denota una qualunque operazione di composizione lineare che generalizza la somma di due numeri (somma di scalari, matrici, vettori, ecc.).

4.3 *Che ci si guadagna?*

Ci si guadagna che, oltre che fare a pezzi la realtà degli oggetti, per rappresentarsela come una collezione di sistemi isolati (cf. § *1.3*), per i sistemi lineari possiamo scomporre qualunque azione che un sistema subisca in azioni elementari, per poi ricomporla in una azione complessa. La scomposizione di Fourier in input periodici di frequenza definita ("monocromatici") è un esempio fantastico[20]. La dinamica dei sistemi lineari è caratterizzabile con uno "spettro", cioè con il modo in cui il sistema risponde alle varie frequenze degli input.

4.4 *Le risonanze fanno il codice segreto delle cose*

La risposta cambia in ampiezza a seconda della frequenza; i sistemi rispondono "vivacemente" solo a certe frequenze, quelle che chiamiamo di "risonanza". Tutto ciò che ci circonda è catalogabile a seconda delle frequenze di risonanza del suo spettro. Jean Baptiste Fourier è un grande benefattore della fisica e va ricordato agli studenti. Con lui, le onde di ogni tipo balzano in prima fila, con le risonanze che le accompagnano: la radio e la TV risuonano sulle frequenze delle varie stazioni emittenti, il treno vibra in corsa su certe frequenze, persino il vuoto risuona sulle frequenze corrispondenti alle masse di certe particelle subnucleari (ma non corriamo troppo!).

4.5 *I "fondamenti" della fisica sono ricchi di linearità*

La fortuna sfacciata dei fisici sta nel fatto che, se i sistemi meccanici classici descritti dai principi della dinamica di Newton sono solo eccezionalmente lineari (oscillatori armonici), la teoria del campo elettromagnetico e la meccanica quantistica di Schroedinger sono intrinsecamente lineari. La teoria generale della relatività non lo è e la sua matematica è molto più difficile da interpretare.

---

[20] J-M. Levy-Leblond, *If Fourier had known Argand*, The Mathematical Intelligencer, Springer V., **19**, 1997, 63; K. Kumar, *Fourier transformation and related operators*, European Journal of Physics, **20**, 1999, 501.

4.6 *La linearità si combina peculiarmente con la "freccia del tempo"*

I filosofi hanno ben visto che sotto il problema del tempo che "passa" inesorabilmente c'è un principio di quelli solenni: la causalità. La sequenza causa-effetto è sempre ordinata così, non si può rovesciare in modo che l'effetto preceda la causa. Ebbene, questo limita le forme che può avere la "risposta" di un sistema a un input. La limitazione è molto raffinata e la si può verificare sperimentalmente su cose misurabili come l'indice di rifrazione o le suscettività elettrica e magnetica dei corpi. Ma nessuno ha trovato un esempio convincente per la didattica elementare: ecco una sfida per la ricerca.

4.7 *L'oscillatore armonico è la pietanza scientifica più nutriente*

L'oscillatore armonico va sviscerato in tutte le salse. Non basta dire che le soluzioni sono funzioni trigonometriche di qualche ωt. Bisogna buttarlo nel suo spazio delle fasi, quantizzarlo alla Bohr-Sommerfeld, far vedere che in tre o in quante si voglia dimensioni si scompone agevolmente eccetera. Importantissimo è far vedere che ogni massa in fondo a una buca di potenziale (cf. § 3.8) è praticamente un oscillatore armonico. Poi, bisogna insegnare come maneggiare due oscillatori armonici accoppiati e trovarne i modi normali (cf. § *3.7*): è un esercizio-lezione importantissimo. Spiegare che se uno fotografa a casaccio un oscillatore mentre oscilla lo trova quasi sempre agli estremi dell'oscillazione perché lì è quasi fermo e ci sta più tempo. E così via. Per esperienza, anche con studenti motivati la parola oscillatore evoca solo $\omega^2 = k/m$ dove k è la costante elastica e "$\cos(\omega t + \phi)$" dove ϕ è una fase arbitraria: un po' poco, in verità.

5. Un repertorio di "matematica di servizio"

5.1 *Una legittima rivendicazione*

Ci si è spesso lamentati dell'inadeguatezza della fisica insegnata da laureati in matematica, attribuendo il danno didattico al fatto che quei laureati non hanno mai fatto attività di laboratorio (v.av. 5.2). Io non condivido che in piccola parte questa diagnosi: il grosso del danno viene, a mio parere, dall'idea (connaturata in chi ha una formazione matematica) che la fisica sia un "sistema assiomatico" di cui si viene a capo per teoremi secondo una struttura logico-deduttiva che è, appunto, quella della matematica per matematici (cf. 2.6, 3.9 e 3.10)[21]. Non a caso, nel corso degli anni '60 del '900 l'insegnamento di *Metodi matematici della fisica* passò nelle mani dei fisici diventando un titolo raggruppato con quelli concorsuali della fisica teorica. Il beneficio fu enorme: finalmente, si poteva impostare un corso di matematica appropriata, ricca di spunti e applicazioni tratte dalla fisica teorica e, dunque, di significati. Da pochi anni, poi, si è sviluppata una matematica che usa "metodi qualitativi", di grande efficacia semantica[22]. Uno degli esempi più eclatanti resta quello della dimostrazione del teorema di Pitagora per fisici, noto anche ai geometri differenziali classici[23].

---

[21] L'esempio più sbalorditivo di questa "normatività aberrante" dell'apparato matematico lo ho trovato in uno dei manuali più diffusi, in un riquadro in cui si "definiscono" i campi vettoriali e scalari. Purtroppo, dall'esempio si capisce al volo che tra le esigenze di presunto "rigore" dei matematici e le esigenze di "comprensione qualitativa" dei fisici c'è una certa incompatibilità.

[22] M. Gitterman, V. Halpern, *Qualitative analysis of physical problems,* Academic Press, 1981.

[23] D. V. Alekseevski, A. M. Vinogradov, V. V. Lychagin, *Basic Ideas and Concepts of Differential Geometry*, in Encyclopaedia of Mathematical Sciences, vol. 28, Springer Verlag 1991, §3: "On the History of Geometry"; C. Bernardini, *La Fisica: Scienza o Linguaggio,* La Fisica nella Scuola, XXXVIII n° 2, 2005, 161; *Fisica vissuta*, Codice Edizioni, 2006 (Appendice 1).

5.2 *Il laboratorio*

Nella pedagogia corrente, perdura una convinzione che non sembra più molto realistica. In tempi non lontani, e per esperimenti tipici della fisica classica, il laboratorio era un luogo deputato alla costruzione di semplici strumenti, tecnologie "fatte in casa". Oggi, gli esperimenti che vale la pena di fare sono quelli in cui si assemblano tecnologie reperibili sul mercato per osservare fenomeni non comuni; solo eccezionalmente in qualche laboratorio si "inventano" nuovi strumenti e comunque mai in contesti didattici. La fabbricazione e commercializzazione di nuovi strumenti è affare di una tipologia particolare di esperti, i tecnologi, che sono in genere ingegneri che hanno studiato la fisica e hanno un'idea adeguata di ciò che si può fare e ciò che non si può fare nel campo delle misure e dei dispositivi. Una scuola che intenda dare una formazione culturale di base non si ripromette né di sfornare ricercatori né tecnologi "pronti per l'uso", ma giovani che saranno in grado di farlo, specializzandosi in opportuni corsi universitari, ***se ne hanno voglia perché la loro curiosità è stata alimentata con la cultura di base necessaria***. Questo è un punto chiave dell'insegnamento secondario. Sembra anche dimostrato nella pratica che i giovani sono molto più abili nell'uso delle tecnologie contemporanee di quanto non lo siano già adulti (insegnanti inclusi); mentre non altrettanto si può dire per l'uso delle rappresentazioni formali.

5.3 *Usare la matematica come supporto dell'intuizione*

Dunque, l'obiettivo centrale dovrebbe essere quello di fornire una ragionevole percezione di ciò che la fisica sa e fa, con una illustrazione sommaria ma non necessariamente operativa degli ambiti culturali e professionali a cui consente di accedere. Il problema è che, per poter raggiungere una ragionevole comprensione dei contenuti, è indispensabile trasformare le informazioni in rappresentazioni formalizzate di cui il discente comprenda il significato. Questo è il problema centrale della didattica della fisica[24], mai risolto e, a mio parere, mai affrontato adeguatamente. Un problema quasi disperato è quello che riguarda la nozione di probabilità, palleggiata tra matematici e fisici con esiti pressoché nulli[25].

Eppure, ci sarebbero strumenti espressivi di enorme potenza, per apprezzare l'elaborazione matematica di problemi anche di una certa complessità: la simulazione mediante *computer*, per esempio, arriva a risultati impensabili. A questo punto, non dovrebbe essere difficile capire che il problema didattico principale consiste nel "formalizzare" una situazione già analizzata fenomenologicamente con l'intento di reperire un modello teorico adatto ai fatti.

5.4 *Contenuti della "matematica di servizio" per la fisica: un lungo elenco non ordinato*

L'uso dell'algebra lineare è utilissimo. La pratica delle potenze per gli "ordini di grandezza" è essenziale. L'interpolazione polinomiale può essere comoda per capire come si valuta la qualità di una misura. Una padronanza dell'analisi dimensionale, del principio di omogeneità e della similitudine è tanto indi-

---

24 L'American Inst. of Physics, con le sue "medaglie Oersted" e le "lezioni speciali: Millikan e Klopsteg" ha prodotto alcuni insegnamenti esemplari che varrebbe la pena di diffondere; sono pubblicate sull'Am. J. of Physics: P. G. Hewitt, **51**, 1983, 305; J: A; Wheeler, **51**, 1983, 398; H. A. Bethe, **61**, 1993, 972; M. Dresden, **66**, 1998, 468; D. Hestenes, **71**, 2003, 104.

25 Cf. p. es.: G. D'Agostini, *Teaching statistics in the physics curriculum: unifying and clarifying role of subjective probability*, Am. J. of Physics, **67**, 1999, 1051; per una versione italiana, contattare giulio.dagostini@roma1.infn.it

spensabile quanto ignorata dalla maggior parte dei docenti. Molte leggi elementari sono semplici espressioni dell'"unica dipendenza funzionale possibile" con quelle grandezze (pendoli, balistica, moti di fluidi, ecc.)[26]. La funzione esponenziale ha un ruolo centrale in fisica, ancor più della obsoleta trigonometria; la sua proprietà chiave ha una espressione funzionale inconsueta ma assai semplice e utile: $E(x)E(x') = E(x + x')$, con $E(0) = 1$. Da qui si ottiene che, scelto un numero arbitrario a, segue che $E(na) = [E(a)]^n$ e perciò se $na = x$ e scegliamo (arbitrariamente) $E(a) = e$, si ottiene subito $E(x) = e^{x/a}$. A questo punto, si può usare l'unica formula importante della vecchia trigonometria e applicarla al caso $E(ix) = \cos x + i\sin x$, in cui i è l'unità immaginaria, per scoprire che $E(i(x+x')) = E(ix)E(ix')$. Tutto ciò che si deve fare è di sdrammatizzare l'unità immaginaria ($i^2 = -1$: dov'è il dramma, a parte il nome?) e il numero di Nepero e. Il solo problema difficile è di far vedere che soltanto nel caso di $E(x) = e^x$ succede che il limite:

$$\lim_{(x\to x')} [E(x) - E(x')]/(x - x') = E(x)$$

cioè la derivazione (ma non è il caso di nominarla) riproduce la funzione esponenziale neperiana. Ovviamente, l'inversa di e^x è il logaritmo in base e, detto "naturale". Si può anche osservare che $\lim_{(n\to\infty)} (1 + x/n)^n = e^x$. Per l'analisi di Fourier, bisogna studiare se è possibile darne una versione elementare. In ogni caso, bisognerebbe forse fare un esperimento didattico in cui la matematica di servizio è realizzata mediante *computer*, senza che gli allievi debbano necessariamente conoscere l'apparato dimostrativo associato alle tecniche di calcolo. Può essere istruttivo raccontare l'aneddoto delle soluzioni dell'equazione per l'atomo di Thomas-Fermi: Enrico Fermi si rivolse ad un collega matematico, ma per non perdere tempo si organizzò per produrre soluzioni con tecniche di calcolo numerico. Sei mesi dopo, incontrando il collega, questi gli comunicò che aveva dimostrato l'esistenza e l'unicità delle soluzioni; Fermi lasciò perdere[27].

6. A mo' di conclusione

La didattica della fisica è oberata da sciatteria, pedanteria, nozionismo, pregiudizi, pedagogismi impropri, cattive abitudini, idee fisse e altro che si incontra nei programmi e nelle indicazioni generali[28]. Secondo me, va ripensata radicalmente, partendo dall'idea che non possa che essere "autoreferenziale"; che, in parole povere, vuol dire che ***tutto ciò che favorisce la comprensione del fatto che fare fisica non è altro che catturare gli elementi essenziali della realtà per poterli trasformare con un linguaggio operativo appropriato in conoscenze nuove verificabili*** può essere opportunisticamente accettato. Meglio non essere ossessionati da un fantomatico "metodo scientifico" così generale da guidare la curiosità scientifica; meglio non essere ossessionati dal rigore matematico; meglio non pensare che una intensa attività di laboratorio supplisca a una comprensione che si forma solo con l'intuizione profonda e la padronanza del linguaggio. Di tutto ciò, si possono trovare esempi inesauribili nella storia della

---

26 J. D. Barrow, *Dimensionality,* Phil. Trans. Royal Soc. London, **310**, 1983, 337; L. I. Sedov, *Similarity and Dimensional Analysis in Mechanics* Academic P., 1959; utilissima la rassegna bibliografica: K. Wiesenfeld, *Resource Letter ScL-1: Scaling laws*, Am. J. of Physics, **69**, 2001, 938.

27 E. Segrè, *Enrico Fermi, fisico*, Zanichelli, 1987.

28 J. M. Campanario, *Che può fare un professore come te o un alunno come il tuo con un libro di testo come questo? Suggerimenti di attività poco convenzionali*, La Fisica nella Scuola, XXXVIII n° 2, 2005, 171.

disciplina, almeno da Galilei in poi. In definitiva, la storia più lacunosa finisce con l'essere quella dell' '800, il secolo più denso di intuizioni folgoranti: da Fourier a Maxwell, da Hamilton a Thomson, e così via. Indubbiamente, è più facile raccontare che cosa hanno trovato Faraday o Maria Curie, Ohm o Edison; ma dal punto di vista del contenuto culturale – se si capisce ciò che con questo intendo: ciò di cui la scienza fisica si è costituita irreversibilmente come processo mentale condiviso, al di là della "scoperta" – non sono sullo stesso piano. Ci sono importantissimi strumenti di supporto: l'*American Journal of Physics*, che tante volte ho citato, è una mirabile raccolta di proposte tra cui bisogna imparare a districarsi, senza lasciarsi intimidire dallla lingua che dovrebbe essere patrimonio obbligatorio di ogni laureato in fisica, soprattutto degli insegnanti. C'è anche, forse meno brillante, lo *European Physics Journal*. Sono pubblicazioni tutte già messe in rete e scaricabili. Il nostro *Fisica nella Scuola* non è da meno e dovrebbe fornire materiali a tutti i soci, attenendosi a uno standard internazionale molto avanzato (non è certo la direttrice Rita Serafini a tirarsi indietro!). Se ho puntato il dito su molta fisica ottocentesca è perché mi sembra di vedere le maggiori lacune nelle concezioni di base; e ammetto che fare fughe in avanti per "aggiornarsi" su argomenti più recenti e *à la page* mi sembra un po' provinciale e giornalistico: non dobbiamo preoccuparci di portare i giovani alle frontiere della ricerca, ma di insegnare loro della buona fisica, genuina e illuminante. Insomma, c'è un immenso lavoro da fare: **facciamolo!**

Post Scriptum

L'*American Association of Physics Teachers*, che pubblica l'*American Journal of Physics*, (è l'equivalente dell'AIF, negli Stati Uniti) si preoccupa costantemente del problema della qualità dell'insegnamento della fisica: molto spesso, gli editoriali riguardano considerazioni molto perspicue su questo tema. Do qui, oltre a un importante vecchio discorso di Michel Hulin, un compendio bibliografico di quelle che più mi hanno colpito, utile per chi si può collegare in rete alla rivista (A.J. of P.) e scaricarle:

M. Hulin, Comm. Journées du CIRDDS, Marseille, 25-26 novembre 1983;
I.A. Halloun, D.Hestenes, AJP **53**, 1985, pg. 1043;
J.S. Rigden, AJP **54**, 1986, pg. 1067;
J.S. Rigden, AJP **55**, 1987, pg. 395; ib., pg. 681;
M. Gardner, AJP **57**, 1989, 203; K.W.Ford, ib., pg. 871;
R.H. Romer, AJP **58**, 1990, pg. 1129;
J. Lchhead, AJP **59**, 1991, pg. 969;
E. Henley, AJP **60**, 1992, pg. 107; ib., AJP (*letters to Editor*);
A.B.Arons, pg. 103; A. Walstad, ib., pg. 104;
D.S. Lemons, AJP **61**, 1993, pg. 777;
K.B. Lyons, AJP **62**, 1994, pg. 395; R.E.Adelberger, ib. pg. 873;
J.D. Spangler, AJP (letters to Editor) **63**, 1995, pg. 11;
D. Markowitz, ib. pg. 396; S.F.Becker, ib., pg. 587; D.N.Arion, ib. pg. 969;
W.M. Wehrbein, AJP **64**, 1996, pg. 363.