MICHELE FAZIO
Dipartimento di Fisica,
Università di Milano

Assorbimento di calore e aumento di temperatura sono sempre sinonimi?

(Pervenuto il 25.1.93, approvato il 9.5.93)

ABSTRACT - Is heat absorption always a synonym fo temperature increase?
There are many misconceptions about physics which cause learning problems. In this article – the first of a series devoted to dismantle these misconceptions – we'll try to show how heat absorption and temperature rise are not always the same thing. Processes in which heat absorption is followed by temperature decrease do exist. Ideal and real gases are examined as examples.

1. Riscaldamento e aumento di temperatura

La termodinamica è uno dei capitoli della fisica ai quali gli studenti si avvicinano con maggior interesse poiché sono molti i fatti naturali della vita quotidiana che si possono prendere ad esempio per illustrarne le leggi. In altre parole, si tratta di una delle parti della fisica in cui si incontrano molti fenomeni con i quali quasi tutti gli studenti hanno un certo grado di familiarità.

Tuttavia, è proprio questo approccio familiare a originare una lunga serie di errori concettuali dovuti a preconcetti errati che, nella maggior parte dei casi, è difficile sradicare dalla mente degli studenti.

In questo articolo esaminerò dettagliatamente uno dei misconcetti più comuni, quello che induce ad associare l'assorbimento di calore di un corpo a un conseguente aumento della sua temperatura.

La maggior parte degli studenti sa che la temperatura di un corpo non cambia durante i cambiamenti di stato (se la pressione esterna si mantiene costante) anche se si continua a fornire calore al corpo; la maggior parte di essi tende però ad applicare la relazione fondamentale della termologia:

$$Q = m\ c\ \Delta t, \qquad (1)$$

a qualsiasi processo termodinamico, dove Q è la quantità di calore scambiata nel processo, Δt la variazione di temperatura del sistema, m e c rispettivamente la sua massa e il suo calore specifico. Per di più, essi concludono solitamente che, essendo m e c quantità positive, Q e Δt hanno sempre lo stesso segno algebrico, quindi se $Q > 0$, sarà anche $\Delta t > 0$; in altre parole c'è la tendenza generalizzata a concludere troppo frettolosamente che riscaldamento e aumento di temperatura siano strettamente consequenziali.

In primo luogo, va sottolineato che la (1) vale solo per quei processi nei quali la quantità di calore scambiata causa variazioni di temperatura senza alcun lavoro di espansione. La (1) vale, cioè, soltanto per solidi e liquidi nei soli casi in cui il lavoro di espansione è praticamente nullo a causa dei loro bassissimi coefficienti di dilatazione; nel caso più generale essa deve essere sostituita dal primo principio della termodinamica, secondo il quale in una qualsiasi trasformazione di un sistema termodinamico la quantità di calore scambiata Q si trasforma parte in lavoro L e parte in variazione di energia interna ΔU del sistema:

$$Q = L + \Delta U \qquad (2)$$

Vale la pena di osservare, come vedremo nel paragrafo successivo, che la (2) si può scrivere in forma equivalente alla (1) ricavando un'espressione generale del calore specifico c del sistema che sia valida per qualsiasi tipo di trasformazione.

Se riusciamo a dimostrare che c può essere una quantità negativa, avremo dimostrato l'esistenza di processi nei quali un assorbimento di calore può essere seguito da una diminuzione di temperatura. Un ben noto caso in cui ciò è possibile è il processo di liquefazione di un gas, durante il quale esso viene raffreddato con un'espansione adiabatica: possiamo agevomente constatare che se, pur fornendo calore, si esegue una sufficiente espansione, il gas si raffredda. Ma questo è un caso un po' particolare e preferiamo esaminare dettagliatamente cosa accade in generale.

2. Il caso dei gas perfetti

Si esaminerà il caso di un gas perfetto sottoposto a una trasformazione politropica reversibile, che costituisce la più generale trasformazione ter-

modinamica: essa viene descritta nel piano (p, V) dall'equazione $p\,V^k$ = costante, dove k è il cosiddetto coefficiente politropico. Infatti, assegnando a k i valori 1, γ, 0 e infinito (dove $\gamma = c_p/c_V$ è il rapporto tra i calori specifici molari rispettivamente a pressione e a volume costante, chiamato talvolta coefficiente adiabatico), otteniamo rispettivamente le trasformazioni isotermica, adiabatica, isobarica e isovolumica.

In un processo politropico il calore specifico molare del gas è dato da:

$$c_x = \frac{R}{1-k} + c_v \qquad (3)$$

come ora dimostreremo.

Infatti, riprendiamo la definizione di calore specifico molare:

$$c_x = \frac{\delta Q}{n\,dT} \qquad (4)$$

che, per il primo principio della termodinamica scritto in forma infinitesima ($\delta Q = p\,\mathrm{d}V + nc_V\mathrm{d}T$), diventa:

$$c_x = \frac{p\,\mathrm{d}V + n\,c_V\mathrm{d}T}{n\,dT} = \frac{p\,\mathrm{d}V}{n\,\mathrm{d}T} + c_V. \qquad (5)$$

Ora, differenziando l'equazione $p\,V^k$ = costante, si ha:

$$p\,k\,V^{k-1}\,\mathrm{d}V + V^k\,\mathrm{d}p = 0\,,$$

$$p\,k\,\mathrm{d}V + V\,\mathrm{d}p = 0\,, \qquad (6)$$

mentre, differenziando l'equazione di stato dei gas perfetti ($pV = nRT$), si ha:

$$p\,\mathrm{d}V + V\,\mathrm{d}p = n\,R\,\mathrm{d}T. \qquad (7)$$

Confrontando la (6) e la (7) si ricava:

$$\frac{p\,\mathrm{d}V}{n\,\mathrm{d}T} = \frac{p\,\mathrm{d}V}{(p\,\mathrm{d}V + V\,\mathrm{d}p)/R} =$$

$$= \frac{R\,p\,\mathrm{d}V}{p\,\mathrm{d}V - k\,p\,\mathrm{d}V} = \frac{R}{1-k}\,,$$

da cui, sostituendo nella (5), si ricava subito la (3).

In base alla (3), la quantità di calore Q scambiata dal gas in un qualsiasi processo politropico si potrà sempre scrivere come:

$$Q = n\,c_x\,\Delta T. \qquad (8)$$

Ritorniamo ora al tema di partenza: è possibile osservare una diminuzione di temperatura di un gas, pur in seguito a un assorbimento di calore? In altre parole, Q e ΔT nella (8) possono avere segni opposti? o, in alternativa, può c_x essere una quantità negativa?

La maggior parte degli studenti (ma anche qualche insegnante!), posta di fronte a una domanda del genere, afferma con sicurezza che ciò è impossibile, perché andrebbe contro il senso comune; ma le cose non stanno affatto così e lo si può dimostrare in due modi differenti, - il primo, analitico, che ora vedremo, partendo dalla (3) con $c_x < 0$, porta al risultato $\gamma > k > 1$, da cui si può concludere con qualche calcolo che la quantità di calore scambiata e la variazione di temperatura hanno segni opposti soltanto in quei processi politropici rappresentati nel piano (p, V) da curve contenute tra le isotermiche e le adiabatiche, nella regione II della Fig. 1.

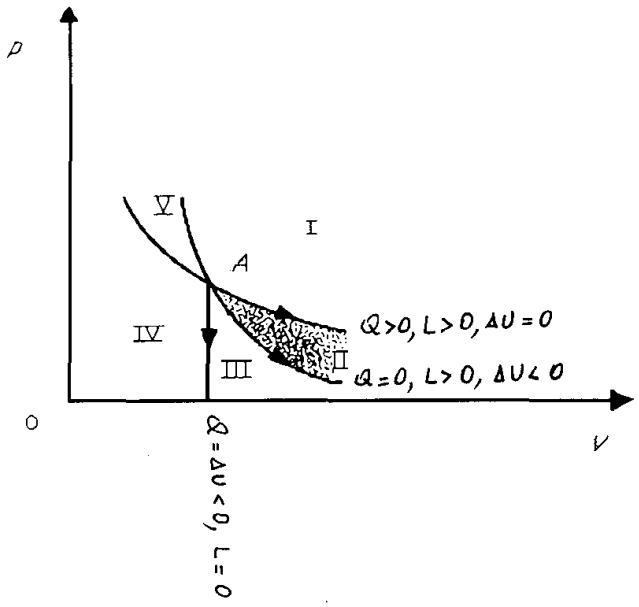


Fig. 1 - Trasformazioni adiabatiche e isotermiche nel piano (p,V) per un gas perfetto: la regione II corrisponde a un processo nel quale al riscaldamento del gas è associata una diminuzione di temperatura.

Infatti, riprendendo la (3) e ricordando la relazione di Mayer tra il calore specifico molare a pressione costante e quello a volume costante di un gas perfetto:

$$c_p - c_V = R$$

e tenendo presente che $\gamma = c_p/c_V$, si ottiene:

$$c_V = \frac{c_p}{\gamma} = \frac{c_V + R}{\gamma}\,,$$

da cui:

$$c_V = R/(\gamma - 1),$$

che, sostituita nella (3), conduce a scrivere:

$$c_x = \left(\frac{1}{1-k} + \frac{1}{\gamma - 1}\right) R =$$

$$= R \frac{\gamma - k}{(1-k)(\gamma - 1)} . \qquad (9)$$

La conseguenza della (9) è che il calore specifico molare c_x risulta negativo se e solo se:

$$\frac{\gamma - k}{(1-k)(\gamma - 1)} < 0 ;$$

essendo però $\gamma > 1$, dovrà essere:

$$\frac{\gamma - k}{1-k} < 0 ,$$

cosa possibile solo se:

$$\gamma > k > 1 .$$

Un secondo modo, forse più intuitivo, conduce allo stesso risultato da un punto di vista qualitativo, con considerazioni di continuità. Tracciamo a tale scopo nel piano (p, V), per il punto A che individua lo stato iniziale del gas, un'isovolumica, un'adiabatica e un'isotermica (reversibili) - dividendo il piano in cinque regioni. Se la temperatura del gas deve diminuire, dobbiamo escludere qualsiasi trasformazione nelle regioni I e V, nelle quali qualsiasi trasformazione che parta dallo stato A implica un aumento di temperatura in quanto prevede un passaggio a stati più lontani dall'origine e quindi caratterizzati da temperature superiori (come dalla legge di Boyle); allo stesso modo deve escludersi la regione IV, perché in essa sia L sia Q sono negativi, contro l'ipotesi di partenza; anche nella regione III è $Q < 0$, come è facile intuire con considerazioni di continuità. Infatti, con riferimento alla fig. 1, in tale regione si passa da una curva con $Q = 0$ a una con $Q < 0$ e tutte le trasformazioni ivi comprese avranno $Q < 0$. La trasformazione richiesta può quindi appartenere solo alla regione II, nella quale, per le stesse considerazioni fatte sopra, dovrà essere:

$$Q > 0 , \quad \Delta U < 0 , \quad L > 0 ,$$

che soddisfa la nostra domanda iniziale, dal momento che per un gas perfetto ΔU e ΔT hanno lo stesso segno.

È ovvio che le stesse argomentazioni valgono per una compressione, scambiando i segni di Q (< 0) e di ΔT (> 0). Così, un gas perfetto può aumentare la propria temperatura pur cedendo calore.

3. ... e quello dei gas reali

Qualcuno potrebbe obiettare che il caso del gas perfetto è troppo riduttivo, ma è facile estendere le precedenti considerazioni al caso di un gas reale, per il quale le condizioni necessarie si realizzano ancor più facilmente. Infatti, la variazione di energia interna di una mole di un gas reale di van der Waals è minore di quella di un gas perfetto, a parità di variazione di temperatura; ne consegue che il lavoro di espansione necessario per i gas reali è inferiore a quello necessario per i gas perfetti. La variazione di energia interna per n moli di un gas di van der Waals che passa da un volume iniziale V_i a un volume finale V_f risulta infatti data, con alcuni calcoli complessi che partono dalla cosiddetta equazione dell'energia di van't Hoff da:

$$\Delta U = n\, c_v \Delta T + a\, n^2 \left(\frac{1}{V_i} - \frac{1}{V_f}\right)$$

e quindi, per il primo principio della termodinamica:

$$Q = L + n\, c_v \Delta T + a\, n^2 \left(\frac{1}{V_i} - \frac{1}{V_f}\right) ;$$

per poter avere $\Delta T < 0$ con $Q > 0$, il gas deve espandersi compiendo un lavoro di espansione L tale che:

$$L + a\, n^2 \left(\frac{1}{V_i} - \frac{1}{V_f}\right) > Q . \qquad (10)$$

La condizione (10) è ancora più facile da realizzare: infatti, essendo in un'espansione $V_i < V_f$, il secondo termine al primo membro è certamente positivo e quindi il lavoro richiesto al gas reale è minore che nel caso dei gas perfetti. Anche nel caso dei gas reali la regione del piano (p, V) interessata è quella con valori del coefficiente politropico k compresi tra 1 e γ, dove si può con buona approssimazione ritenere γ dei gas reali coincidente con quello dei gas perfetti.

4. Il paradosso dell'entropìa

I risultati precedenti possono apparire paradossali per quanto concerne la variazione di entropìa del sistema; infatti, riesaminando il caso del gas perfetto, e tenendo presente che la variazione di entropìa risulta data da $\Delta S = \int \delta Q/T$, si avrebbe $\Delta S > 0$ dal momento che il gas assorbe calore; verificandosi, però, contemporaneamente una diminuzione di temperatura, quindi un maggior grado di ordine, si dovrebbe avere contemporaneamente una diminuzione di entropìa, se ricordiamo che tra

i suoi vari significati, c'è anche quello di indice dello stato di disordine molecolare di un sistema.

L'apparente paradosso si spiega intuitivamente con il fatto che il gas ha dovuto compiere lavoro sull'ambiente esterno, quindi ha aumentato la propria entropìa, essendo essa un indice della capacità di un sistema di compiere lavoro e vedremo ora analiticamente che tale aumento compensa la diminuzione dovuta alla diminuzione di temperatura.

La variazione di entropìa nel caso di un processo politropico di equazione:

$$p\ V^k = \text{costante (con } 1 < k < \gamma)$$

risulta essere:

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int\left(\frac{p\ dV}{T} + \frac{n c_V dT}{T}\right) =$$

$$= n\ R \ln \frac{V_f}{V_i} + n\ c_V \ln \frac{T_f}{T_i} =$$

$$= n\ R \ln \frac{V_f}{V_i} + n\ c_V \ln \frac{p_f\ V_f}{p_i\ V_i} =$$

$$= n\ R \ln \frac{V_f}{V_i} + n\ c_V \ln \frac{V_f}{V_i} + n\ c_V \ln \frac{p_f}{p_i}\ ;$$

essendo poi $p\ V^k$ = costante, risulta:

$$\Delta S = n\ c_p \ln \frac{V_f}{V_i} - n\ k\ c_V \ln \frac{V_f}{V_i} =$$

$$= n\ (c_p - k\ c_V) \ln \frac{V_f}{V_i}\ ,$$

quantità sicuramente positiva se $k < \frac{c_p}{c_V} = \gamma$.

Ho tentato in questo articolo di smantellare uno dei numerosi misconcetti che ostacolano le nostre conoscenze impedendoci di arrivare alla Verità della scienza, già di per sé così difficile da svelare.

Bibliografia

[1] Fazio M., *Termologia, Teoria Cinetica e Termodinamica*, S.E.S., Napoli, 1989.

[2] Sears F.W., *An Introduction to Thermodynamics, the Kinetic Theory of Gases an Statistical Mechanics*, Addison-Wesley, N.Y., 1953.

[3] Zemansky M.W., Dittmann R.H., *Heat and Thermodynamics*, Addison-Wesley, N.Y., 1979.

600 Dimostrazioni di Fisica ora su LaserDisc.

- **Meccanica**
- **Onde**
- **Acustica**
- **Dinamica dei fluidi**
- **Calore e termodinamica**
- **Elettricità e magnetismo**
- **Ottica**
- **Fisica moderna**

La prima esauriente raccolta di esperimenti di fisica registrati su video: *La Video Enciclopedia delle Dimostrazioni di Fisica*,™ un'opera realizzata con l'appoggio della National Science Foundation, per essere utilizzata nella didattica delle scuole secondarie e nelle università. Ciascuna dimostrazione, autosufficiente, illustra un particolare fenomeno fisico. *L'Enciclopedia*, prodotta e commentata presso l'università di Washington, utilizza animazioni e proiezioni al rallentatore. Il formato laserdisc favorisce la partecipazione interattiva degli studenti, suggerendo domande sull'esperimento mostrato e permettendo l'esecuzione di calcoli "fuori schermo." Il testo del parlato, le formule usate, la bibliografia ed altro materiale sono forniti insieme all'opera, che è costituita da 25 laserdisc.

La Video Enciclopedia *delle* Dimostrazioni di Fisica™

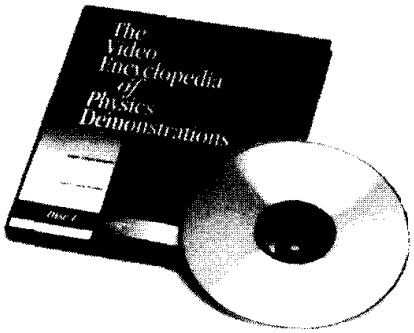
DIREZIONE SCIENTIFICA

Dr. Jearl Walker
Professor, Cleveland State University

Brett Carroll
Director of Lecture Demonstrations, University of Washington

John A. Davis
Senior Lecture Demonstrator, University of Washington

Dr. Richard Berg
Director, Physics Demonstration Facility University of Maryland



Costo *dell'Enciclopedia* e di tutto il materiale accessorio: lire 4.200.000, spedizione, mano d'opera e dogana (non sono incluse).
Il produttore, *The Education Group*, offre garanzia illimitata, con sostituzione a prezzo di costo di dischi danneggiati. Una videocassetta dimostrativa è disponibile a richiesta.

Chi fosse interessato può richiedere una videocassetta campione a:
THE EDUCATION GROUP - 1235 Sunset Plaza Drive, Los Angeles, CA 90069, USA
Fax: 001 (310) 855-8061 - Tel: 001 (310) 659-8842
verrà inviata gratuitamente.