



Un modello esponenziale per l'attenuazione della luce*

Graziano Surace¹

¹ Sapienza Università di Roma - Dipartimento di Fisica

Abstract

It is empirical evidence that some substances absorb light radiation by transmitting only a fraction of it. The reduction in the intensity of light transmitted through a medium seems to depend on the thickness of the substance. However, in what way? To answer this question, an educational experience can be designed that allows students in grades 11-14 to study the phenomenon of light attenuation in an experimental setting, with the help of a smartphone and the Phyphox app. The activity we propose in this contribution encourages students to construct a mathematical model that relates the amount of light transmitted by a material to the thickness of the medium. The choice of an exponential model to describe the phenomenon leads to the discovery of the Lambert-Beer law. The use of the smartphone as a measurement tool is functional to experiment with an innovative model of interdisciplinary laboratory teaching, which extends from physics to mathematics and science in a perspective of mutual interaction and integration between disciplines.

Introduzione

Quando un'onda elettromagnetica si propaga e incontra la superficie di separazione di due mezzi con diverso indice di rifrazione, essa viene in parte riflessa e in parte trasmessa attraverso il mezzo. Applicando le condizioni di continuità dei campi elettromagnetici all'interfaccia fra i due mezzi è possibile dedurre le leggi della riflessione e della rifrazione, oltre a calcolare i coefficienti di riflessione e trasmissione che indicano la percentuale di energia riflessa o trasmessa dall'interfaccia. Questi risultati sono ben noti nell'ambito dell'ottica ondulatoria e vengono solitamente approfonditi nei corsi universitari di fisica generale. Tuttavia, quando si affronta la propagazione della luce nella scuola secondaria l'approccio adottato è molto diverso. Generalmente il tema è trattato nell'ambito dell'ottica geometrica, un metodo semplificato che considera la luce come raggi che si propagano lungo traiettorie rettilinee. L'ottica geometrica offre un'interpretazione semplice della riflessione e della rifrazione, ma non è adeguata per descrivere l'assorbimento della luce. Questo spiega in parte perché l'assorbimento della luce sia un argomento trascurato nella didattica tradizionale, sebbene sia un fenomeno molto comune, di cui gli studenti hanno esperienza nella realtà quotidiana: la luce attraversa alcuni materiali, i materiali più traslucidi lasciano passare una maggiore quantità di luce, etc.

Proviamo, quindi, a colmare tale lacuna. Partendo dall'evidenza empirica che alcune sostanze assorbono la luce lasciandone passare solo una frazione, progettiamo un'attività didattica in cui gli studenti del triennio della scuola secondaria di secondo grado studiano quantitativamente il fenomeno dell'attenuazione luminosa

* Presentato al Convegno "Ettore Orlandini" Lo sviluppo professionale degli insegnanti in didattica della fisica, Udine 1-2 ottobre 2022.

in un contesto sperimentale, con l'ausilio di uno *smartphone* e dell'applicazione *Phyphox* [1].

In questa esperienza di laboratorio gli studenti esplorano come diminuisce l'intensità della radiazione quando la luce attraversa una sostanza; essi imparano, inoltre, a costruire un modello esponenziale per descrivere come varia il rapporto fra l'intensità luminosa¹ trasmessa dal mezzo (I) e quella incidente (I_0) in funzione dello spessore del materiale. L'elaborazione del modello matematico conduce alla scoperta di una legge dell'ottica nota come legge di Lambert-Beer:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\alpha x} \quad (1)$$

Il rapporto adimensionale $\frac{I}{I_0}$ che compare nell'equazione (1) è noto come trasmittanza e fornisce una misura della frazione di intensità luminosa trasmessa dal mezzo; è il coefficiente di attenuazione, un parametro caratteristico del fenomeno che dipende dal mezzo e dalla lunghezza d'onda della luce incidente: le sue dimensioni fisiche sono il reciproco di una lunghezza.

Nella pratica gli studenti non misurano effettivamente il flusso luminoso ma l'*illuminamento* (che continueremo a denotare con I), la grandezza fotometrica rilevata dal sensore di luce dello *smartphone*. L'*illuminamento* I esprime il rapporto tra il flusso luminoso (misurato in lumen) emesso da una sorgente e la superficie dell'oggetto illuminato, nella fattispecie il sensore di luce dello *smartphone*. La sua unità di misura nel SI è il lux. A parità di flusso luminoso, l'*illuminamento* è nullo se i raggi luminosi provenienti dalla sorgente sono paralleli alla superficie del sensore; è massimo se la superficie del sensore è esposta perpendicolarmente ai raggi luminosi. La quantità I_0 rappresenta l'*illuminamento* del sensore in assenza di interposizione di alcun mezzo (eccetto l'aria) fra la sorgente di luce e il sensore dello *smartphone*.

La proposta di un'attività di laboratorio che utilizza *smartphone* e *Phyphox* per esplorare il fenomeno dell'attenuazione luminosa si basa sui lavori di [2-4]. Tale attività è stata ampiamente sviluppata in [5], anche in chiave interdisciplinare. Inoltre, il professor Organtini ha discusso in [6] una versione analoga dell'esperimento, realizzata con il supporto della scheda programmabile *Arduino*.

Nella sezione successiva descriviamo più in dettaglio l'allestimento dell'esperienza e la procedura di raccolta dei dati. Seguono una breve discussione dei risultati e alcune considerazioni conclusive sulla proposta didattica.

1. Allestimento dell'esperienza e descrizione della procedura sperimentale

Il materiale necessario per eseguire quest'esperienza comprende uno *smartphone* dotato di sensore di luce con l'applicazione *Phyphox* installata, una sorgente luminosa (per esempio una comune lampada da scrivania o la torcia di un altro *smartphone*), dieci strisce di plastica lucida (di larghezza sufficiente per coprire il sensore di luce dello *smartphone*) ottenute ritagliando una busta di plastica trasparente a perforazione universale per fogli A4 ed eventualmente un computer per registrare/analizzare i dati e produrre grafici.

Lo scopo dell'esperienza è esplorare come varia la quantità di luce rilevata dal sensore di luminosità dello *smartphone* quando viene ricoperto con un certo

¹ Il termine "intensità luminosa" è usato qui in senso improprio. Nel seguito viene chiarito.

numero di strisce di plastica. L'esecuzione dell'esperimento è piuttosto semplice. Per raccogliere i dati, si chiede agli studenti di eseguire una sequenza di istruzioni elementari elencate di seguito, che ovviamente non costituiscono il fine ultimo dell'esperienza.

Operazioni preliminari

- Aprire l'applicazione *Phyphox* e selezionare "Luce" dalla sezione del menu "Sensori" Identificare attraverso quale fotocamera dello *smartphone*, anteriore o posteriore, l'applicazione raccoglie i dati dell'illuminamento. È più semplice eseguire l'esperimento se la fotocamera frontale effettua le letture. Se lo *smartphone* non dispone del sensore di luminosità, la voce "Luce" del menu apparirà di colore grigio.
- Posizionare lo *smartphone* sopra un tavolo con lo schermo rivolto verso l'alto e collocare la sorgente luminosa sopra il dispositivo, idealmente lungo la perpendicolare passante per il sensore dello *smartphone*.

Raccolta dati

- Premere il pulsante *Play*, aspettare qualche secondo che si stabilizzi la lettura dell'illuminamento e annotare I_0 . Poiché il dato è caratterizzato da un'incertezza di natura statistica, si può ovviare alla fluttuazione considerando il valor medio dell'illuminamento. *Phyphox* consente di esportare i dati sperimentali in formato tabella: ciò agevola il calcolo della deviazione standard e consente di confrontarne il valore con l'errore di sensibilità del sensore di luce, quindi di associare l'incertezza alla misura.
- Ripetere la misurazione posizionando la prima striscia di plastica sopra lo *smartphone*, avendo cura di coprire il sensore di luce ma di lasciare visibile il *display* del telefono, e registrare la lettura su carta o foglio di calcolo elettronico.
- Continuare a ripetere la misurazione altre nove volte, aggiungendo una striscia di plastica per volta, fino a quando il sensore sarà coperto da tutte le dieci strisce.

La Fig. 1 mostra una vista dell'apparato sperimentale e una misurazione di illuminamento eseguita con *Phyphox*.

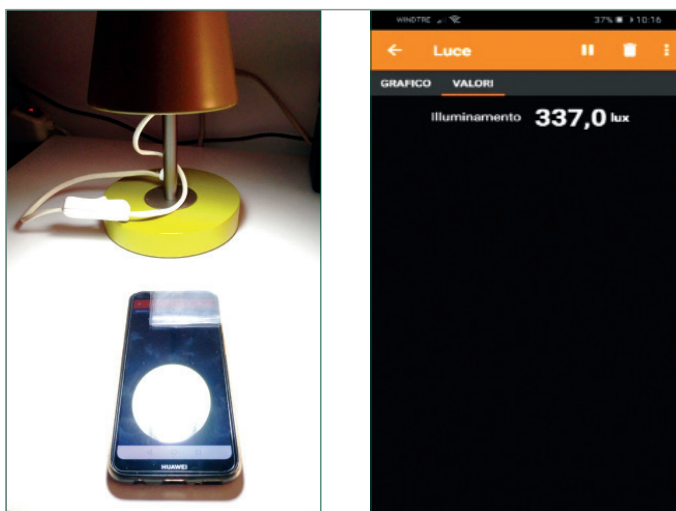


Figura 1. Sulla sinistra: apparato sperimentale per la misura dell'attenuazione della luce. Sulla destra: una misurazione di illuminamento eseguita con l'applicazione *Phyphox*.

Ultimata la raccolta dei dati, si chiede agli studenti di rappresentare il valor medio dell'illuminamento I (misurato in lux) in funzione dello spessore x del materiale, misurato in unità di foglietti di plastica posizionati sopra il sensore di luce. Il tipico andamento grafico è mostrato in Fig. 2.

2. Discussione dei risultati

L'andamento grafico di $I(x)$ (Fig. 2) mostra che il fenomeno studiato non è lineare nella variabile indipendente. Infatti, i segmenti $P_0P_1, P_1P_2, \dots, P_kP_{k+1}$, che hanno come estremi i punti sperimentali consecutivi P_k e P_{k+1} ($k = 0, 1, \dots, 10$), non hanno la stessa pendenza $\frac{\Delta I_k}{\Delta x_k}$.

La pendenza dei segmenti (in valore assoluto) decresce proporzionalmente alle ordinate, come si evince dalla Tabella 1 in cui sono elaborati i dati di esempio.

Tabella 1. Pendenza dei segmenti P_kP_{k+1}

Segmento	$\frac{I_{k+1}-I_k}{x_{k+1}-x_k}$ [lx/ 10^{-4} m]
P_0P_1	-150
P_1P_2	-120
P_2P_3	-95
P_3P_4	-75
P_4P_5	-58
P_5P_6	-46
P_6P_7	-37
P_7P_8	-29
P_8P_9	-22
P_9P_{10}	-13

Non è superfluo osservare che le differenze $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$, espresse in unità di strati da 0,1 mm, sono sempre unitarie. Il calcolo delle pendenze dei segmenti si riduce, quindi, al calcolo delle differenze $I_{k+1} - I_k$. Rappresentando graficamente ΔI in funzione di x , gli studenti trovano per le differenze di illuminamento un andamento grafico che richiama quello di $I(x)$, a meno di una riflessione rispetto all'asse delle ascisse (Fig. 3).

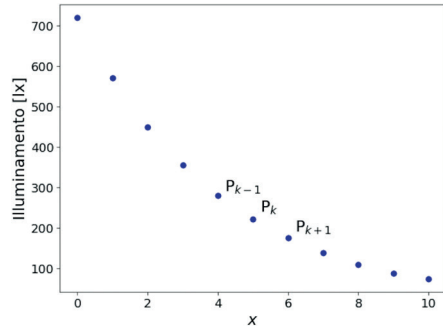


Figura 2. Tipico andamento dell'illuminamento I [lux] in funzione dello spessore x di plastica [unità: numero di strati da 0,1 mm]. Non sono riportate le barre d'errore dei punti sperimentali.

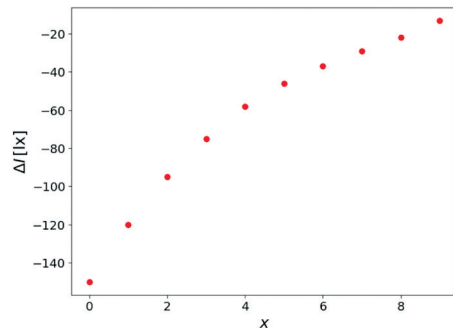


Figura 3. Andamento delle differenze di illuminamento ΔI [in lux] in funzione di x .

Nel passo successivo della costruzione del modello matematico che descrive il fenomeno, si può chiedere agli studenti di indagare come variano i rapporti $\frac{I_1}{I_0}, \frac{I_2}{I_1}, \dots, \frac{I_{k+1}}{I_k}$ al variare del numero di strisce. Gli studenti scopriranno che tali rapporti rimangono costanti entro le incertezze sperimentali: questa è una caratteristica distintiva del modello esponenziale.

Al termine della fase esplorativa che conduce all'ipotesi del modello, si può invitare gli studenti a rappresentare i dati sperimentali di in funzione di su scala semilogaritmica, stimolandoli a osservare la distribuzione dei punti sperimentali sul grafico. In questo caso, i punti risulteranno allineati lungo una retta. Si può quindi ipotizzare che l'andamento mostrato in Fig. 2 rappresenti un modello esponenziale del tipo

$$I = I_0 e^{\alpha x} \quad (3)$$

con $\alpha < 0$, in cui $I(x)$ diminuisce al crescere dello spessore x dei fogli di plastica, senza annullarsi.

Per stimare il valore del coefficiente di attenuazione α , si può insegnare agli alunni a linearizzare la funzione esponenziale di cui all'equazione (3). Bisogna fare in modo che la variabile indipendente x compaia al secondo membro dell'equazione (3) con esponente uno: per ottenere ciò, è sufficiente dividere entrambi i membri dell'equazione (3) per I_0 , quindi considerare il logaritmo naturale di entrambi i membri dell'equazione:

$$\ln \frac{I(x)}{I_0} = \alpha x \quad (4)$$

Posto $\ln \frac{I(x)}{I_0}$ e $x = X$, la (4) si può riscrivere come l'equazione

$$Y = \alpha X \quad (5)$$

di una retta nel piano cartesiano XOY . Se il modello è corretto, il grafico del logaritmo del rapporto $\frac{I(x)}{I_0}$ in funzione di x è compatibile con quello di una retta passante per l'origine del sistema di riferimento con coefficiente angolare negativo (Fig. 4).

Per determinare il valore di occorre stimare dai dati sperimentali la pendenza della retta di regressione: si possono far utilizzare vari metodi, dai più semplici, come la media aritmetica dei valori dei rapporti incrementali

$$\alpha_i = \frac{1}{\Delta x_i} \ln \frac{I(x_i)}{I_0} \quad (6)$$

alla stima della pendenza della retta attraverso il metodo dei minimi quadrati.

Un foglio di calcolo elettronico permette di determinare e disegnare la retta di regressione con pochi *click* (Fig. 4).

Il tempo richiesto per svolgere questa attività è di circa tre ore per l'acquisizione e l'elaborazione dei dati, a cui va aggiunto un tempo congruo per la discussione fisico-matematica del modello: cosa succede se, per esempio, si sostituisce la lampada con una sorgente di luce monocromatica, o sorgenti laser di diversi colori? È lecito trascurare gli effetti di interferenza dovuti alle riflessioni della luce sulle superfici degli strati di plastica? Come si può ottenere una retta di regressione? Cosa rappresentano la pendenza e l'intercetta della retta di regressione su scala semilogaritmica?

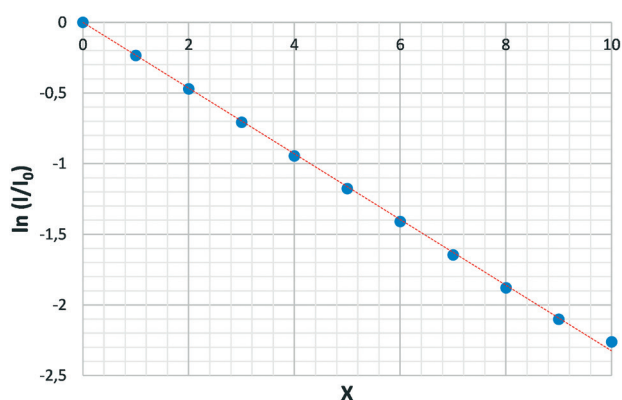


Figura 4. Retta di regressione ottenuta con *Excel* sul grafico del logaritmo del rapporto $\frac{I(x)}{I_0}$ in funzione di x . L'andamento dei punti sperimentali risulta compatibile con quello di una retta passante per l'origine del sistema di riferimento e con coefficiente angolare negativo.

Le risposte a queste domande, insieme alle eventuali considerazioni e riflessioni degli studenti, possono animare la discussione successiva in una situazione d'aula che coinvolge il docente e l'intera classe.

La discussione sugli errori e le incertezze nel processo di misura non è inclusa in questa proposta didattica. Questo aspetto è lasciato alla discrezione del docente, in base al livello della classe in cui l'attività viene proposta.

Conclusioni

L'attività laboratoriale descritta si presta bene per introdurre le leggi esponenziali a studenti del terzo anno di scuola secondaria di secondo grado; si può anche sfruttare per introdurre le soluzioni delle equazioni differenziali a variabili separabili a un livello di scolarità più alto.

Come estensione, si può chiedere agli studenti di studiare come varia l'illuminamento in relazione alla distanza del sensore di luce dalla sorgente: la configurazione sperimentale è la stessa ma in questo caso gli studenti misurano l'illuminamento prodotto sul sensore a distanze crescenti dalla sorgente.

Si può anche ripetere l'esperienza descritta in precedenza con altri tipi di carta o materiali trasparenti/traslucidi come *film* plastici colorati. In prospettiva interdisciplinare matematica-fisica-chimica, si può giungere alla legge di Lambert-Beer anche nel caso in cui gli assorbitori di plastica sono sostituiti da un liquido trasparente con diverse concentrazioni di colorante: in questo caso si cerca una relazione fra la quantità di luce trasmessa e la concentrazione del colorante.

Alcune riflessioni per concludere

1. L'uso dello *smartphone* nei laboratori STEM (*Science, Technology, Engineering and Mathematics*) di questo tipo ha un vantaggio didattico evidente: non confina l'attività laboratoriale all'interno delle quattro mura del laboratorio, nella situazione didattica tipica in cui due/tre studenti (assistenti del docente) eseguono l'esperimento mentre gli altri guardano in modo passivo. Gli *smartphone* non hanno i limiti del laboratorio tradizionale [7], infatti: sono dispositivi coinvolgenti; si prestano a un approccio BYOD (*Bring your Own Device*); quelli di fascia più elevata sono equipaggiati con moltissimi sensori, alcuni dei quali di precisione simile a quelli usati nei laboratori

professionali [8]; rendono 'più democratica' la scienza (se quasi tutti gli studenti possiedono uno *smartphone* allora quasi tutti possono eseguire le misure). Per i motivi elencati, lo *smartphone* come strumento di misura è funzionale alla sperimentazione di un modello innovativo di didattica laboratoriale interdisciplinare, che dalla fisica si estende alla matematica e alle scienze in un'ottica di mutua interazione e integrazione fra le discipline.

2. Le ricerche in didattica della fisica evidenziano come la pratica di laboratorio «nella prassi scolastica viene spesso percepita come un elemento scomodo per diversi motivi: ragioni logistiche, impegno richiesto nella preparazione delle esperienze, scarsa padronanza dell'insegnante, mancanza di aiuti tecnici» [9]. D'altra parte, la letteratura internazionale e i recenti indirizzi del MIUR sull'innovazione scolastica, come il Piano Nazionale Scuola Digitale [10], sottolineano l'importanza della pratica laboratoriale per l'apprendimento scientifico in ambito STEM. Inoltre, le ricerche in didattica della matematica e della fisica suggeriscono di favorire, all'interno dei curricula tradizionali di scuola secondaria, un approccio interdisciplinare verso alcuni temi che necessitano di essere compresi e interpretati nella loro essenza [11]. In tale prospettiva, i laboratori STEM con moderne tecnologie digitali costituiscono una risorsa perché incentivano l'interesse degli studenti verso la scienza, concorrendo a migliorare la padronanza delle discipline scientifiche e a sviluppare abilità e competenze sempre più richieste nel mondo del lavoro.

3. Un uso razionale delle tecnologie digitali nella didattica dovrebbe partire dall'assunto che non è la didattica ad adattarsi alle tecnologie, quanto piuttosto il contrario. Le ricerche nell'ambito dell'*Evidence Based Education* mostrano che da sole, le tecnologie digitali non garantiscono l'apprendimento degli studenti. Sono gli insegnanti ad avere un ruolo centrale per il miglioramento degli apprendimenti e a loro va garantita la necessaria formazione pedagogico-didattica e tecnologica. La ricerca didattica può dare un contributo significativo per individuare le esperienze formative più stimolanti da proporre ai docenti, che non riducono il laboratorio a una semplice attività dimostrativa o, peggio, a un "ricettario" di cucina [9].

4. L'esperienza laboratoriale sopra descritta - a opinione di scrive - è un buon esempio di attività stimolante: ha come valore aggiunto l'elemento della scoperta; ha, inoltre, un'elevata valenza formativa. Cimentandosi con un problema reale (non fittizio o virtuale), lo studente apprende, infatti, alcuni elementi essenziali della scienza sperimentale: come si esegue una misura, quale valore attribuire a una grandezza fisica, come si ipotizza un modello matematico che descrive un fenomeno, come si ricavano i parametri del modello matematico che descrive le misure. A riguardo, vale la pena richiamare quanto ribadito nelle Indicazioni Nazionali di Fisica del Liceo Scientifico nella sezione relativa agli obiettivi di apprendimento: «[già al primo biennio] si inizia a costruire il linguaggio della fisica classica abituando lo studente a semplificare e modellizzare situazioni reali [...]. Al tempo stesso gli esperimenti di laboratorio consentiranno di definire con chiarezza il campo di indagine della disciplina e di permettere allo studente di esplorare fenomeni [...] e di descriverli con un linguaggio adeguato» [12].

5. Le ricadute della proposta didattica presentata in questo contributo non sono state ancora investigate in termini di impatto sui processi di insegnamento/apprendimento. Si rende necessario, pertanto, un approfondimento ulteriore.

Ringraziamenti

L'autore ringrazia il prof. Giovanni Organtini per i consigli e le discussioni stimolanti.

Bibliografia

- [1] S. STAACKS, S. HÜTZ, H. HEINKE, C. STAMPFER, Advanced tools for smartphone-based experiments: phyphox. *Physics Education*, **53**, 4, 045009 (2018). DOI: 10.1088/1361-6552/aac05e.
- [2] IOP, *Transmitting light*, *IOPSpark* (n.d.) spark.iop.org/transmitting-light (Ultimo accesso: 17.09.2022).
- [3] F. BOUQUET, C. DAUPHIN, F. BERNARD, J. BOBROFF, Low-cost experiments with everyday objects for homework assignments. *Physics Education*, **54**, 025001 (2019). DOI: 10.1088/1361-6552/aaf6d6.
- [4] M. ROTONDO, Light absorption. www.smartphysicslab.org/resources.html (Ultimo accesso: 17.09.2022).
- [5] G. SURACE, Le moderne tecnologie digitali nella didattica laboratoriale interdisciplinare di matematica e fisica: Alcune proposte per insegnare con lo smartphone nella scuola secondaria, *Progetto Alice*, **XXIII**, 68, 351 (2022).
- [6] G. ORGANTINI, *Fisica con Arduino*, Zanichelli, Bologna, 2020, 6-16.
- [7] G. ORGANTINI, Le moderne tecnologie digitali per il laboratorio di fisica, *Giornale di Fisica*, Issue supplemento PLS-fisica-spi, **63**, 131-141 (2022). DOI: 10.1393/gdf/i2022-10435.
- [8] M. MONTEIRO, A.C. MARTÍ, Resource Letter MDS-1: Mobile devices and sensors for physics teaching, *American Journal of Physics*, **90**, 329 (2022). DOI: 10.1119/5.0073317.
- [9] I. DE ANGELIS, C. FAZIO, J. IMMÈ, M. MICHELINI, M. PAVESI, C. SABBARESE, *Documento di riferimento per il Convegno PLS-G6 "Contribuire allo sviluppo professionale dei docenti di Fisica nella scuola secondaria"*, 9-10/2/21, Università di Catania-Piano Lauree Scientifiche (2021).
www.laureescientifichefisica.unict.it/sites/laureescientifichefisica.unict.it/files/files/AMBITO-D.pdf (Ultimo accesso: 17.09.2022).
- [10] MIUR, *Piano Nazionale Scuola Digitale*, 2015. www.miur.gov.it/scuola-digitale.
- [11] R. KARAM, Introduction of the thematic issue on the interplay of physics and mathematics, *Science & Education*, **24**, 5, 487-494 (2015). DOI: 10.1007/s11191-015-9763-9.
- [12] Decreto Ministeriale 211, 7 ottobre 2010, *Indicazioni Nazionali*, allegato F, 342.