

Giuseppe Fera

Liceo Scientifico
"G.B. Quadri",
Vicenza

Sulla portanza delle ali

(Pervenuto il 03.09.2005, approvato il 19.05.2006)

ABSTRACT

The article describes a school activity in which two different explanations of why airplanes fly are compared and discussed.

Nonostante che la maggior parte dei testi di fisica per i licei scientifici riconduca la portanza delle ali di un aereo ad un'applicazione del principio di Bernoulli, è plausibile che questo non sia il motivo principale per cui gli aerei riescono a volare; nel seguito confronterò la spiegazione fornita da uno dei testi scolastici più diffusi [1] con una spiegazione basata sulla terza legge di Newton che fornisce risultati maggiormente realistici.

Un'applicazione dell'equazione di Bernoulli

Nel 1738 il matematico svizzero Daniel Bernoulli (1700-1782) scoprì che l'aumentare della velocità di un fluido (gas o liquido) in movimento determina una diminuzione della pressione del fluido. L'esempio classico della manifestazione del fenomeno si ottiene soffiando sopra un foglio di carta tenuto vicino alla bocca. Se l'aria viene espulsa in direzione orizzontale, con sorpresa vediamo che il foglio si solleva.

Considerando il moto stazionario di un fluido ideale (ossia incompressibile, non viscoso, privo di turbolenze: R. Feynman lo chiamava "acqua asciutta") con densità δ e linee di flusso orizzontali, la relazione tra la pressione del fluido e la sua velocità è espressa dalla seguente equazione:

$$p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2 \quad (1)$$

riportata in [1] a pag. 437 come formula 14.13; tale equazione rappresenta il teorema di conservazione dell'energia per i fluidi. La parte relativa all'energia potenziale gravitazionale del fluido è stata omessa perché il flusso si svolge in orizzontale. Non sembra intuitivo il fatto che nelle regioni di spazio dove il fluido si muove più velocemente la pressione del fluido sia minore; in tali regioni l'energia associata al movimento del fluido aumenta e di conseguenza la pressione del fluido

(legata alla possibilità di compiere lavoro) deve diminuire, posto che l'energia meccanica del fluido si conservi. Come viene ricondotta la portanza delle ali all'equazione di Bernoulli? Seguiamo la spiegazione data in [1]. La figura 1 mostra la sezione dell'ala di un aeroplano con l'aria che scorre intorno ad essa.

Il profilo alare è tale che l'aria scorre più rapidamente sulla superficie superiore rispetto a quella inferiore. Di conseguenza, la pressione esercitata dall'aria sulla superficie superiore dell'ala (zona 2) è minore rispetto alla pressione sulla superficie inferiore (zona 1) e tale differenza può essere espressa come

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \delta v_2^2 - \frac{1}{2} \delta v_1^2 \quad (2)$$

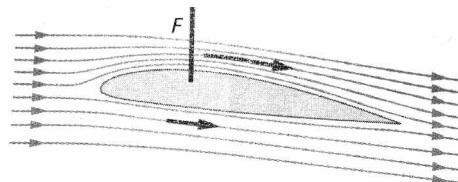


Figura 1. Flusso d'aria e portanza in un'ala di aeroplano secondo lo schema bernoulliano (illustrazione tratta da [1] pag. 440). Sezione di un'ala di aeroplano con l'aria che scorre intorno ad essa. L'ala è disegnata in modo tale che l'aria scorra più rapidamente sulla superficie superiore che non su quella inferiore. Di conseguenza, la pressione sulla superficie superiore viene ridotta e viene generata una forza risultante verso l'alto detta portanza.

Questa differenza di pressione origina una forza agente sull'ala diretta verso l'alto, che in [1] viene detta portanza. Sempre in [1] viene proposto un esercizio di applicazione della teoria (il n. 35 di pag. 453) che fornisce, senza alcuna giustificazione, i dati $v_2 = 115$ m/s, $v_1 = 105$ m/s per le velocità dell'aria sopra e sotto l'ala* e il valore $S = 32$ m² per l'area complessiva delle ali. Con i dati di questo esercizio, posto $\delta = 1,29$ kg/m³ (il valore della densità dell'aria in condizioni standard), si ricava una portanza

$$(p_1 - p_2) S = \delta S v (v_2 - v_1) \quad (3)$$

pari a circa 46 kN, per un aereo che vola ad una velocità v di circa 400 km/h, stimata prendendo la media tra v_1 e v_2 . Questo risultato non sembra molto realistico se si pensa che un Boeing 747 può arrivare a pesare fino a 400 tonnellate! La formula prevede una dipendenza sostanzialmente lineare della portanza dalla velocità dell'aereo. In base a questa teoria, inoltre, la portanza sarebbe dipendente dall'orientamento dell'ala: dunque gli aerei non potrebbero volare rovesciati. Fatto salvo che questa applicazione del principio di Bernoulli fornisce al più un contributo alla portanza delle ali, andiamo a vedere in che modo possiamo ricavare dei risultati più realistici.

Un'applicazione della terza legge di Newton

Le tre leggi del moto enunciate da Newton (1642–1727) nel celebre *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* del 1686 sono i pilastri su cui si basa la nostra comprensione di come si muovono gli oggetti, purché non siano più piccoli di un atomo e/o abbiano velocità prossime a quella della luce. In particolare la terza legge afferma che se un corpo A esercita una forza \vec{F} su un altro corpo B, allora contestualmente il corpo B esercita una forza $-\vec{F}$ sul corpo A. Vediamo come possiamo applicare questo principio al moto di un'ala nell'aria. Se l'ala è spinta verso l'alto, evidentemente qualche altra cosa deve essere spinta verso il basso. Non può essere altro che l'aria a venir spinta verso il basso; dunque, l'ala deve essere costruita e disposta in modo da spingere verso il basso una corrente d'aria durante il volo; la corrente d'aria esercita sull'ala una forza di reazione diretta verso l'alto che dà origine alla portanza. Una parte di questo effetto è legata alla struttura del flusso dell'aria intorno all'ala, che non indago in questa sede (per un approfondimento su questo punto vedi [2] e la bibliografia in esso citata); qui presento un semplice modello che produce risultati quantitativi in accordo con l'esperienza. Schematizziamo dunque l'ala di un aereo (vedi fig. 2) come un rettangolo di area S ; l'angolo di inclinazione dell'ala sull'orizzontale sia α e sia v la velocità dell'aereo in volo orizzontale. L'angolo α in aeronautica viene chiamato angolo d'attacco.

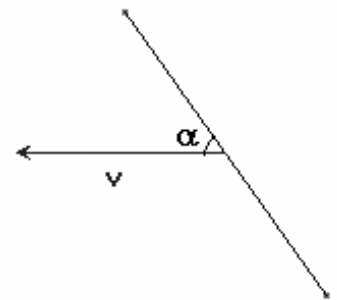


Figura 2. Profilo dell'ala.

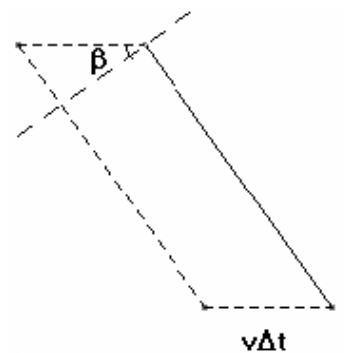


Figura 3. Volume spazzato.

(* I valori delle velocità dell'aria sopra e sotto l'ala compaiono nel testo del problema senza alcuna giustificazione; tali valori dipendono dal regime di flusso che si stabilisce intorno all'ala, che è legato in modo complesso alla struttura del profilo alare ed alla velocità dell'aereo.

Nell'intervallo di tempo Δt l'ala spazza il volume di aria contenuto nel parallelepipedo obliquo di base S e altezza $v\Delta t \cos\beta$, essendo $\beta = \pi/2 - \alpha$, come illustrato in fig. 3. Ogni molecola di aria contenuta in questo volume urta contro l'ala. Consideriamo l'urto di una molecola nel riferimento in cui l'ala è ferma. Posto che \vec{u} sia la velocità della molecola legata alla agitazione termica, allora $\vec{u} - \vec{v}$ è la velocità di una molecola subito prima dell'urto e $\vec{u} + \vec{v}'$ la velocità della stessa molecola subito dopo l'urto (vedi fig. 4). Supponendo che gli urti siano elastici risulta $|\vec{v}| = |\vec{v}'|$.

Usando la seconda legge di Newton nella forma del teorema di variazione dell'impulso, si ricava che la forza esercitata dall'ala sulla molecola di massa m dipende solo da $\vec{v} + \vec{v}'$ e vale in modulo

$$F_m = m |\vec{v} + \vec{v}'| / \Delta t = 2mv \cos \beta / \Delta t. \tag{4}$$

Le molecole contenute nel volume $\Delta V = Sv\Delta t \cos\beta$ sono $\delta\Delta V/m$; ne segue che la forza totale esercitata dall'ala (vedi fig. 5) da tutte queste molecole risulta essere in modulo

$$F = 2\delta\Delta V v \cos \beta / \Delta t = 2v^2 \delta S \cos^2 \beta. \tag{5}$$

Di questa forza va considerata la componente verticale al fine della determinazione della portanza; dunque otteniamo

$$2v^2 \delta S \sin^2 \alpha \cos \alpha \tag{6}$$

come stima della portanza secondo la spiegazione basata sulla terza legge di Newton. Questa formula prevede una dipendenza quadratica della portanza dalla velocità dell'aereo.

Considerando il grafico della funzione $f(\alpha) = \sin^2 \alpha \cos \alpha$ con $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ si trova che il massimo valore della funzione è assunto in $\alpha = \arctan(\sqrt{2}) \approx 55^\circ$ e vale 0,3849. Rivediamo l'esercizio precedente alla luce di questo risultato. Assumendo che $v=110$ m/s (media tra v_1 e v_2) e che $\alpha = 55^\circ$ otteniamo per la portanza il valore 385 kN, che è quasi nove volte maggiore di quello ottenuto in (3)! Per completare l'analisi si può determinare anche la componente orizzontale della forza F calcolata nella formula (5). Si vede facilmente che tale componente dipende da $\sin^3 \alpha$. Essa rappresenta una resistenza all'avanzamento dell'aereo molto intensa e del tutto insostenibile per la potenza che richiederebbe per equilibrarla, a meno che l'angolo d'attacco α non sia sufficientemente piccolo; ma in tal caso è piccola anche la portanza! Questo significa che il modello di ala analizzato in questo lavoro è troppo semplificato rispetto alla realtà; le ali degli aerei reali sono progettate in modo che il sostentamento è assicurato sia dal contributo dovuto al principio di Bernoulli che all'applicazione del terzo principio di Newton, senza che questo ultimo contributo produca una resistenza non sostenibile all'avanzamento dell'aereo.

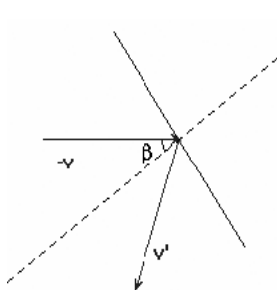


Figura 4. Urto di una molecola.

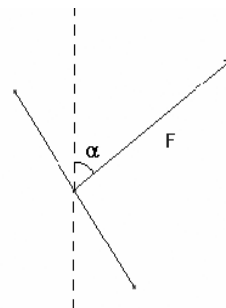


Figura 5. Forza sull'ala.

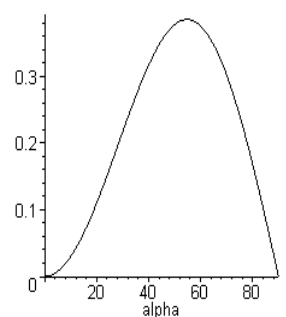


Figura 6. Grafico.

Considerazioni didattiche

Il principio di Bernoulli viene trattato di solito verso la fine dell'anno scolastico, periodo in cui riesce difficile trovare spazio per gli approfondimenti. Eppure l'argomento della portanza affascina gli studenti, onde sarebbe bene cogliere l'occasione di svilupparne la trattazione in entrambi i modi qui presentati, per renderne possibile il confronto. Gli studenti, anche se sprovvisti delle conoscenze analitiche necessarie per determinare il massimo della funzione $f(\alpha) = \sin^2 \alpha \cos \alpha$ nell'intervallo $(0, \pi/2)$, possono costruirne il grafico usando un foglio elettronico e valutare il valore del massimo in modo approssimativo; inoltre la dipendenza della portanza dall'angolo di attacco α spiega perché gli aerei decollano con pendenze particolarmente accentuate, fatto inspiegabile in base alla teoria basata sull'equazione di Bernoulli. Molti studenti hanno già sperimentato che, sporgendo una mano tesa fuori dal finestrino di un'auto in corsa ed orientando il palmo con angoli d'attacco diversi, la portanza, percepita come forza agente sulla mano, varia notevolmente. Costruendo un semplice aliante di carta con la parte terminale dell'ala ad orientamento variabile e lanciandolo, si può verificare l'influenza dell'orientamento dell'ala sulla traiettoria. Infine la trattazione basata sulla terza legge prepara il terreno alla deduzione della relazione tra la pressione di un gas e la velocità media delle molecole.

Bibliografia

- [1] J.S. WALKER, *Fisica*, vol. 1, Zanichelli, Bologna, 2004
 [2] R.L. WOLFE, *Al suo barbiere Einstein la raccontava così*, Feltrinelli, Milano, 2004.

Nota

Questo articolo descrive una semplice attività scolastica mirata a mettere in dubbio la spiegazione semplicistica (che va per la maggiore) della portanza delle ali. Esso è stato proposto alla nostra rivista alcune settimane dopo l'articolo sulla descrizione fisica del volo, pubblicato in questo stesso numero a pagina 60. La decisione di pubblicare i due contributi insieme è motivata dal fatto che, a giudizio del gruppo redazionale, le loro finalità sono diverse e complementari [N.d.R.].

LUDWIG BOLTZMANN (1844-1906)

Dopo aver osservato alla sera, con il telescopio, Marte, grande e luminoso come il disco della luna, ritornammo a notte fonda a valle. Curioso il rigido confine della nebbia! Sopra di noi il cielo stellato e sotto, piatta come la superficie di un mare, la nebbia. Di colpo la carrozza entrò nella nebbia: le stelle sparirono e la luce del fanale riusciva a illuminare solo di pochi passi la strada. Il giorno successivo (domenica) ne approfittai per visitare San José, ma rientrai presto di pomeriggio per riposare e per avere tempo libero sufficiente a preparare la lezione. Qualcosa di non meno interessante mi riservò la successiva sortita domenicale, verso gli stabilimenti balneari di Monterey, Pacific Grove e Santa Cruz sull'Oceano Pacifico. Già un'altra volta mi ero spinto fuori da S. Francisco fino a gustare pienamente il panorama del grande Oceano. Ora però mi si presentava l'occasione di ammirare le ampie scogliere e il gioco delle onde di questo mare. Ma ancora di più mi interessava una casetta a Pacific Grove, dove il Professor Löb aveva il suo laboratorio. Quanta differenza tra le poderose creazioni dell'industria e i laboratori di ricerca scientifica! Che colossi imponenti sono i transatlantici! Però viaggiando con una certa frequenza, ci si rende conto che gli ufficiali di bordo, i macchinisti e i marinai svolgono le mansioni di sempre. Nelle sale passeggeri la stessa gente parla sempre delle solite cose, si distende sulle stesse poltrone, sul ponte di coperta tira gli stessi piatti contro gli stessi bersagli. Grandi mezzi, ma non un'idea nuova! Nella scienza, anche se col potenziamento dei mezzi si consegue qualcosa di nuovo (lo vedemmo con l'osservatorio astronomico), però le scoperte veramente importanti – e qui è meglio che il nostro Ministro dell'Istruzione non senta – vengono sempre realizzate con mezzi di fortuna. Possiamo considerare grandi imprese aumentare il benessere di un popolo potendo contare su fiumi di denaro o vincere battaglie alla testa di armate poderose. Ma mi sembra impresa ancora più grande scoprire verità in ambiti più ristretti con mezzi più modesti, ma verità che resteranno per sempre a fondamento del nostro sapere, mentre il ricordo di quelle battaglie sarà conservato a stento dalla storia.

L. Boltzmann, *Viaggio di un professore tedesco all'Eldorado*, Ibis, Como - Pavia, 1993